

GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP

DESPACHO HIDROTÉRMICO VIA REGRAS DE DECISÃO LINEARES COM REGULARIZAÇÃO VIA ADALASSO

FELIPE NAZARÉ; ALEXANDRE STREET(1)
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO(1)

RESUMO

A solução de problemas lineares estocásticos de múltiplos estágios representa um desafio para muitas aplicações. O planejamento hidrotérmico de longo prazo materializou esse desafio em um problema do mundo real que afeta os mercados de eletricidade, economias e recursos naturais em todo o mundo. As regras de decisão linear fornecem uma estrutura interessante para encontrar políticas de alta qualidade para problemas lineares estocásticos de múltiplos estágios por meio de modelos de dois estágios. Em aplicações práticas, no entanto, o número de parâmetros a serem estimados ao usar regras de decisão linear pode ser próximo ou maior do que o número de cenários, gerando assim um sobreajuste dentro da amostra e baixo desempenho em simulações fora da amostra. Neste artigo, propomos uma nova regularização de LDR com base no AdaLASSO (operador adaptativo de seleção e redução absoluta). O objetivo é usar o princípio da parcimônia amplamente estudado em modelos de regressão linear para obter melhor desempenho fora da amostra para regras de decisão lineares aplicado ao problema de múltiplos estágios. Experimentos computacionais mostram que a questão de *overfit* não é desprezível ao usar as clássicas regras de decisão lineares não regularizadas para resolver problemas lineares estocásticos de múltiplos estágios. Para o problema de planejamento, nossa análise destaca os seguintes benefícios da estrutura proposta em comparação com o benchmark não regularizado: 1) reduções significativas no número de coeficientes diferentes de zero (modelo de parcimônia), 2) reduções substanciais de custos em amostras diferentes das utilizadas na política operativa e 3) perfis de preço spot aprimorados (variáveis duais).

PALAVRAS-CHAVE

Despacho hidrotérmico; Regras de decisão lineares; AdaLASSO; Problemas lineares estocásticos multiestágio.

1.0 INTRODUÇÃO

A solução de um problema linear estocástico multiestágio (PLEM) depende da estimação de uma política de decisão, ou seja, uma regra definindo o vetor de variáveis de decisão a serem implementadas ao longo dos estágios (períodos) em função do histórico dos parâmetros incertos ou do estado do sistema. No entanto, este último formato é predominante na literatura e tem sido amplamente estudado por meio de técnicas de programação dinâmica (ver (1)). A combinação de características, ou seja, alto número de estágios e o elevado número de estados, resulta em uma enorme gama de caminhos possíveis, impedindo o uso de abordagens de árvore de cenários (ver (2)), e estimulando técnicas baseadas em amostragem (3). Este fenômeno tem sido denominado na literatura como “*a maldição da dimensionalidade*”. Portanto, cada um dos métodos depende de um determinado conjunto de hipóteses simplificadoras que permitem a solução do problema específico. Por exemplo, se considerarmos uma incerteza independente do estágio que afeta o lado direito de um problema linear, o método denominado de programação dinâmica dual estocástica (PDDE) nos fornece a política ótima para uma determinada amostra de cenários. Este conceito foi proposto em (3) aplicado à operação hidrotérmica. Só para citar alguns, mais recentemente, a PDDE foi aplicada em (4) para considerar critérios de segurança no problema de despacho através de uma hibridização com otimização robusta e em (5) para resolver o despacho de curto prazo com armazenamento em um sistema afetado pela incerteza do vento.

Alternativamente, como mencionado antes, uma política de decisão para um PLEM também pode ser definida por meio de uma função de dados observados, digamos, $\xi_{[1:t]}$, onde t se refere ao estágio, afetando o problema até o momento em que cada vetor de decisões, x_t , deve ser definido, ou seja, $x_t = \Psi(\xi_{[1:t]})$. Abordagens com aproximações consideram o subconjunto de políticas definidas como uma combinação linear de funções aplicadas aos dados de incerteza. Este subconjunto de regras de decisão também é conhecido como regras de decisão linear (RDLs), muitas vezes referidas como regras afins ou políticas afins nos casos em que um espaço funcional afim é utilizado (ver (6) e suas referências). Este método apareceu pela primeira vez em (7), aplicando-o em otimização de produção de uma fábrica. No entanto, devido à sua flexibilidade na resolução de diferentes problemas estocásticos, a abordagem foi facilmente acomodada a outros problemas lineares, sendo amplamente utilizada no gerenciamento

de reservatórios em um grande conjunto de publicações, iniciadas por (8). Referenciamos (9-11) para leitor interessado em aplicações de LDR.

Assim, embora as abordagens baseadas no PDDE limitem o modelo de incerteza, o tipo de variáveis que podem ser consideradas e requerem convexidade, o uso de RDL limita o formato do funcional usado para definir a regra de decisão. Porém, vale ressaltar que o *framework* de RDL não se limita a funções lineares ou afins das incertezas. Em vez disso, qualquer espaço funcional expandido por uma base linear pode ser considerado (as variáveis de decisão seriam os coeficientes expandido por uma base de funções). Adicionalmente, como mostrado em (6), a adoção de uma RDL permite escrever o PLEM como um modelo estocástico de dois estágios (e múltiplos períodos). Nesse caso, estaríamos herdando todas as propriedades e resultados de convergência, por exemplo, resultados de convergência para aproximações amostrais (SAA – *Sample Average Approximation* (12)) e os métodos e algoritmos (como decomposição de Benders (13)) e *Progressive Hedging* (14), para esta classe de modelos amplamente estudada. Em relação à sua flexibilidade, esta classe de modelos nos permite abordar os PLEM com base em processos estocásticos (séries temporais) para representação das incertezas com qualquer tipo de estrutura de dependência temporal não-linear e distribuições não gaussianas, como as incertezas típicas que afetam sistemas elétricos (ver (15) para modelos de geração eólica e (16) para modelos de vazões). Nesse caso, os cenários são considerados como de forma completamente exógena ao PLEM. Além disso, o *framework* é mais propício à consideração de modelos inteiros mistos, largamente utilizados para representar não linearidades e restrições de *unit commitment*, e para considerar métodos dirigidos por dados (ver (17)).

Não obstante, a definição de RDL requer a estimativa de muitos coeficientes sob uma quantidade limitada de dados (amostras finitas). Isso é especialmente crítico no problema de planejamento de despacho hidrotérmico de longo prazo, onde um grande número de coeficientes seria necessário para estimar a política a cada estágio, reservatório, diferentes componentes de uma base de funções e *lags* nas variáveis estocásticas na regra de decisão. Portanto, devido ao número limitado de cenários que podem ser considerados para manter a tratabilidade dos modelos realistas, deve-se esperar um certo grau de *overfit* em cenários “*in-sample*” (utilizados na estimação dos coeficientes que definem a RDL e, portanto, a política operativa) e baixo desempenho em testes “*out-of-sample*” (fora da amostra dos cenários utilizados na estimação da política). Apesar deste fato ser bem conhecido na área de estatísticas de alta dimensão e *machine learning* (18,19), tal efeito não foi analisado no âmbito das RDL aplicadas aos PLEMs.

Neste contexto, a questão do *overfit* e o consequente baixo desempenho de modelos não parcimoniosos fora da amostra foi endereçado na literatura de estatística de alta dimensão pelo uso de procedimentos de regularização. Em particular, o *Adaptive Least Absolute Shrinkage and Selection Operator* (AdaLASSO) tem desempenhado um papel fundamental na literatura de regressão e modelagem estatística (19). Portanto, os resultados previamente relatados (práticos e teóricos) em relação ao desempenho melhorado *out-of-sample* de modelos regularizados nos fornecem fortes evidências de que o PLEM abordado via RDL também se beneficiaria dos esquemas de regularização.

O objetivo deste artigo é 1) propor uma nova abordagem por RDL regularizada através do AdaLASSO para resolver PLEMs e 2) estudar suas propriedades quando aplicado ao problema de planejamento de despacho hidrotérmico de longo prazo. A principal meta desse novo modelo é melhorar o desempenho de modelos baseados em RDL em cenários fora da amostra (“*out-of-sample*”). Contudo, mostraremos que essa melhoria não só vem através de menores custos, como através de diversas outras propriedades desejadas para as políticas de operação hidrotérmica. Por exemplo, mostramos importantes reduções no valor esperado, quantis extremos, volatilidade e variabilidade temporal dos perfis de preços de curto prazo (custos marginais de operação) decorrentes das políticas regularizadas.

2.0 PROBLEMA DE DESPACHO HIDROTÉRMICO

A incerteza é uma característica inerente a qualquer atividade de planejamento. O impacto de tais incertezas em certos processos de decisão requer procedimentos de planejamento bem estruturados e robustos. Isso é especialmente evidente na operação de sistemas hidrotérmicos, visto que uma má gestão dos recursos hídricos pode impor longas e graves perdas econômicas e sociais. Como consequência, os operadores de sistemas devem gerenciar a geração das usinas para garantir uma operação econômica e segura no longo prazo. Nesse cenário, uma política ou regra deve ser definida (ou estimada) e então avaliada por meio de um esquema de implementação *out-of-sample*.

Neste trabalho, nos concentramos na abordagem de RDL de dois estágios (9) para gerar uma política de programação hidrotérmica considerando a incerteza em vazões. Embora muitas variantes desse problema possam ser usadas, mantemos o modelo simples (seguindo trabalhos relatados anteriormente) para estudar as propriedades principais da aplicação de RDL. Portanto, usamos o seguinte modelo operacional (já na sua versão amostral – SAA) para estimar a RDL:

$$\begin{aligned}
& \text{Min } \frac{1}{N} \sum_{s \in \Omega_N} \sum_{t \in \mathcal{T}} \alpha^{-t} (c' g_{t,s} + c'_d \delta_{t,s}) \quad (1) \\
\text{s.a:} \quad & T g_{t,s} + H \rho(u_{t,s}) + A f_{t,s} + \delta_{t,s} = d_t, \forall t, s \quad (2) \\
& v_{t,s} - v_{t-1,s} + M(u_{t,s} + s_{t,s}) = a_{t,s}, \forall t, s \quad (3) \\
& v_{1,s} = v_0, \forall s \quad (4) \\
& v_{T,s} \geq v_f, \forall s \quad (5) \\
& \{v_{t,s}, u_{t,s}, s_{t,s}\} \in \mathcal{H}_t, \forall t, s \quad (6) \\
& \{g_{t,s}, f_{t,s}\} \in \mathcal{N}_t, \forall t, s \quad (7) \\
& v_{t,s} - \sum_{k \in \mathcal{K}} \Psi_k(a_{[t-\tau:t],s}) \theta_{t,k} = 0, \forall t, s \quad (8)
\end{aligned}$$

Onde, o número de cenários é indicado por N , a taxa de desconto por α , o custo variável unitário de termelétricas por c , a geração de cada termelétrica por g , o déficit e seu custo por δ e c^d , respectivamente. As matrizes de incidência de usinas em barramentos são representadas por T e M , A refere-se à matriz de conexões entre barras, ρ representa o fator de produção de hidrelétricas, f o fluxo entre barras e d a demanda energética. A variável v o volume do reservatório, u o turbinamento e s o vertimento do reservatório, por fim a representa a vazão. Os volumes iniciais e finais são v_0 e v_f . Neste modelo, a função objetivo (1) é composta por todos os custos e penalidades voltadas ao problema de despacho hidrotérmico tradicional, i.e., custos operativos termelétricos, custo de déficit, taxa de desconto, etc. O conjunto de restrições que compõe o problema de despacho, aqui representado na forma tradicional de um problema linear, também traz consigo toda representação da modelagem de sistemas elétricos, o que inclui: primeira lei de Kirchhoff, balanço hídrico de cada reservatório, limites físicos de ativos de geração, transmissão entre outras.

Finalmente, a expressão (8) define uma RDL geral que conduz o estado do sistema ($v_{t,s}$) em cada estágio e cenário, onde $\{\Psi_k\}_{k \in \mathcal{K}}$ representa uma base de funções não lineares. Esta base é aplicada ao vetor de vazões, $a_{[t-\tau:t],s}$, que empilha em $a_{t,s}$ os vetores de τ -vazões anteriores para cada s . O vetor de coeficientes $\theta_{t,k}$ é uma das decisões do modelo, que é co-otimizado com o resto das variáveis de decisão de despacho. Este é responsável por um conjunto limitado de *lags*, $\mathcal{L} = \{0, \dots, \tau\}$, e elementos, $k \in \mathcal{K}$, na base de funções. Neste trabalho, usamos um conjunto de funções polinomiais (considerando o intercepto) para cada reservatório. Note que a consideração de termos cruzados individuais ainda é válida sob o esquema proposto. Para considerar a influência de outros reservatórios $h' \in H \setminus \{h\}$ na RDL do reservatório h , consideramos também a soma das vazões ($a_{t-l+1}^{-h} := \sum_{h' \in H \setminus \{h\}} a_{t-l+1,h'}$) em cada expressão de RDL. Portanto, no ponto ótimo, nosso modelo define a melhor RDL para cada nível de vazão para geração de eletricidade para cada reservatório h , em cada período t e cenário s sob a seguinte forma funcional:

$$v_{t,h,s} = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \theta_{t,h,k,l}^{(h)} \cdot \left(\frac{a_{t-l+1,h,s} - \mu_{t-l+1,h}}{\sigma_{t-l+1}} \right)^k + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \theta_{t,h,k,l}^{(-h)} \cdot \left(\frac{a_{t-l+1,s}^{-h} - \mu_{t-l+1}^{(-h)}}{\sigma_{t-l+1}^{(-h)}} \right)^k, \quad \forall t, h, s \quad (9)$$

Onde, $\mu_{t-l+1,h}$ e $\sigma_{t-l+1,h}$ são o valor esperado e o desvio padrão das vazões em cada reservatório hidrelétrico h no estágio $t-l+1$, respectivamente, enquanto $\mu_{t-l+1}^{(-h)}$ e $\sigma_{t-l+1}^{(-h)}$ representam o mesmas estatísticas para $a_{t-l+1}^{(-h)}$. Ao considerar o intercepto, $k = 0$, os níveis sazonais dos reservatórios são considerados automaticamente. Assim, podemos usar a série dessazonalizada para determinar a política com base diferenças acima ou abaixo da média.

2.1 Implementação do Despacho

A implementação de RDL de dois estágios pode seguir um procedimento denominado *state-target tracking* (STT) descrito em (6). Neste procedimento, a operação do sistema é implementada por um problema de otimização STT, que visa seguir o armazenamento guiado pela RDL tanto quanto possível para um determinado estado inicial e dados observados. A RDL estimada é representada pelos coeficientes ótimos $\hat{\theta}$ obtidos através da solução do problema (1)-(8). Assim, dados os coeficientes estimados das RDLs, $\hat{\theta}$, o vetor de armazenamento inicial, $v_{t-1,s}$, e o cenário de vazões observado $a_{[t-\tau:t],s}$, a operação do sistema para o estágio t pode ser definida pela solução do seguinte problema determinístico e de um único período, denominado problema STT:

$$\begin{aligned}
& \text{Min } c' g_{t,s} + c'_d \delta_{t,s} + \gamma' (e_{t,s}^+ + e_{t,s}^-) \quad (10) \\
\text{s.a:} \quad & T g_{t,s} + H \rho(u_{t,s}) + A f_{t,s} + \delta_{t,s} = d_t \quad (11) \\
& v_{t,s} + M(u_{t,s} + s_{t,s}) = v_{t-1,s} + a_{t,s} \quad (12) \\
& \{v_{t,s}, u_{t,s}, s_{t,s}\} \in \mathcal{H}_t \quad (13) \\
& \{g_{t,s}, f_{t,s}\} \in \mathcal{N}_t \quad (14) \\
& e_{t,s}^+, e_{t,s}^- \geq 0 \quad (15)
\end{aligned}$$

$$v_t(\omega) + e_{t,s}^+ - e_{t,s}^- = \sum_{k \in K} \Psi(a_{[t-\tau:t]}(s)) \cdot \hat{\theta}_{t,k} \quad (16)$$

O problema STT entrega como saída as decisões operacionais ótimas a serem implementadas ($x_{t,s}^*$) e o novo estado do sistema ($v_{t,s}^*$). É importante destacar que $v_{t,s}^*$ pode diferir do estado alvo definido pela RDL no lado direito da expressão (16). No entanto, com o objetivo de seguir a RDL tanto quanto possível na etapa de implementação, um vetor γ é considerado na função objetivo para penalizar o valor absoluto dos erros de desvio de estado-alvo $e_{t,s}^+ + e_{t,s}^-$. É relevante enfatizar neste ponto que o procedimento acima representa a verdadeira regra de decisão de dois estágios. Em outras palavras, ele fornece ao operador do sistema um processo que, dado $\hat{\theta}$, o estado inicial e os dados observados até o estágio t , recomenda o que fazer neste estágio. É interessante mencionar que, caso o operador não deseje utilizar a hipótese/aproximação *hazard-decision*, que assume conhecimento do cenário em t , a regra pode ser atualizada para que o estado ao final de t dependa apenas da informação disponível até o final de $t - 1$, ou seja, $v_{t,s} = \sum_{k \in K} \Psi(a_{[t-\tau:t-1]}(s)) \cdot \theta_{t,k}$.

Assim, utilizando o problema STT, podemos avaliar o desempenho de quaisquer RDLs para um conjunto Ω_M com novos cenários (*out-of-sample*) e com $M \gg N$. Para isso, inicializamos $v_{0,s}^*$ com um vetor de armazenamento inicial conhecido, v_0 , e resolvemos sucessivamente o problema para todo $t \in T$ e $s \in \Omega_M$. Em cada etapa, ou seja, para cada t, s , consideramos como entrada os vetores $v_{t-1,s}$, $a_{[t-\tau:t]}(s)$ e $\hat{\theta}$ e obtemos como saída o vetor $g_{t,s}^*$, $u_{t,s}^*$, $\delta_{t,s}^*$ e $v_{t,s}^*$. Observe que a saída de armazenamento de um determinado período é usada como entrada para o próximo período. Ao final deste processo de simulação cronológica, podemos avaliar o custo operacional *out-of-sample* devido à implementação da RDL definida por $\hat{\theta}$ ao somar os componentes de custos para cada cenário.

2.2 Regras de decisão lineares regularizadas via AdaLASSO

O AdaLASSO é um operador de regularização que possui a propriedade de oráculo (18). Grosso modo, isso significa que tal esquema de regularização é capaz de selecionar apenas os poucos coeficientes realmente relevantes para explicar os dados. O modelo de RDL regularizada proposto considera um termo adicional na função objetivo penalizando a norma-1 do vetor de coeficientes. Em seguida, a nova função objetivo considera o *tradeoff* entre a minimização de custos dentro da amostra (*in-sample*) e o número de parâmetros (parcimônia) usados no LDR para minimizá-la. O objetivo da regularização é obter uma melhor generalização de RDLs para cenários *out-of-sample*, reduzindo assim o custo de implementação.

Se θ empilha todos os coeficientes $\theta_{t,h,k,l,r=1} = \theta_{t,h,k,l}^{(h)}$ e $\theta_{t,h,k,l,r=2} = \theta_{t,h,k,l}^{(-h)}$ para todos $t \in T$, $h \in H$, $k \in K$, e $l \in \mathcal{L}$, a função de regularização com AdaLASSO, $F_{\lambda, \theta^{(0)}}(\theta)$, pode ser definida da seguinte forma:

$$F_{\lambda, \theta^{(0)}}(\theta) = \lambda \sum_{t \in T} \sum_{h \in H} \sum_{k \in K_0} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{r=1}^2 \frac{|\theta_{t,h,k,l,r}|}{|\theta_{t,h,k,l,r}^{(0)}|} \quad (17)$$

A expressão (17) recebe um vetor de parâmetros θ e retorna uma soma escalonada dos valores absolutos de seus componentes, desconsiderando o intercepto ($k = 0$). Essa função tem dois parâmetros, a saber, 1) λ , que é um escalar que reflete o nível de penalização geral para todos os coeficientes e 2) $\theta^{(0)}$, que representa um fator de escala obtido da solução do problema de estimação de coeficientes (1)-(8) – substituindo os elementos zero por 1. Este fator de escala é necessário quando as variáveis em uso estão em escalas diferentes, o que pode ser o caso quando se usa uma base polinomial.

Assim, as RDLs regularizadas por AdaLASSO podem ser estimadas pela solução do modelo (1)-(8) com a adição da versão linearizada da função de penalidade $F_{\lambda, \theta^{(0)}}(\theta)$ na função objetivo. A linearização da função de penalidade pode ser realizada através de variáveis auxiliares $\phi_{t,h,k,l,r}$ que representam o epigrafo da função módulo de $\theta_{t,h,k,l,r}$. Assim, o modelo de programação linear que estima a RDL linearizada via AdaLASSO pode ser escrito da seguinte forma:

$$\min \frac{1}{N} \sum_{s \in \Omega_M} \sum_{t \in T} \alpha^{-t} (c' g_{t,s} + c_d' \delta_{t,s}) + \lambda \sum_{t \in T} \sum_{h \in H} \sum_{k \in K_0} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{r=1}^2 \frac{\phi_{t,h,k,l,r}}{|\theta_{t,h,k,l,r}^{(0)}|} \quad (18)$$

$$\text{s.a:} \quad \text{restrições (2)-(8)} \quad (19)$$

$$\phi_{t,h,k,l,r} - \theta_{t,h,k,l,r} \geq 0, \quad \forall t \in T, h \in H, k \in K, \text{ e } l \in \mathcal{L}, r \in \{1,2\} \quad (20)$$

$$\phi_{t,h,k,l,r} + \theta_{t,h,k,l,r} \geq 0, \quad \forall t \in T, h \in H, k \in K, \text{ e } l \in \mathcal{L}, r \in \{1,2\}. \quad (21)$$

3.0 ESTUDOS DE CASO

Para a análise do método proposto, são realizados dois estudos de caso distintos. O objetivo do primeiro estudo de caso é estudar a qualidade da RDL regularizada em testes *out-of-sample* e analisar as propriedades dos coeficientes da RDL regularizada. Para isso, comparamos os custos *out-of-sample* decorrentes da RDL regularizada com a técnica PDDE padrão e, posteriormente, comparamos a quantidade de coeficientes de duas RDLs, a não regularizada e a regularizada. O segundo estudo de caso mostra a análise estatística dos resultados *out-of-sample* da RDL regularizada com base em uma topologia de cascata mais complexa e para um processo estocástico com dependências temporais não lineares (15), o que impossibilita o uso da técnica PDDE tradicional. Neste caso, nos concentramos nos efeitos do processo de regularização sobre a distribuição do custo total e dos preços de curto prazo (custos marginais de operação).

3.1 Caso Simplificado

Para avaliar a política regularizada proposta com base em RDL e seu desempenho na redução do problema de *overfit*, consideramos uma comparação entre o método proposto e um método de despacho hidrotérmico padrão, PDDE. Para uma comparação justa e precisa, implementamos o mesmo modelo operacional usado para definir cada etapa do modelo aqui proposto em (20). Por razões de simplicidade e para facilitar a comparação, neste estudo de caso usamos um processo estocástico temporalmente independente com média e variância periódicas com base em dados históricos para gerar cenários de vazão.

Nesta primeira simulação, uma configuração de sistema simples é escolhida para garantir que possamos explorar e estudar os resultados operacionais obtidos com a RDL regularizada. Utilizamos 36 estágios (meses), apenas uma hidrelétrica com reservatório, 6 termelétricas, $N = 100$, $M = 1000$, e α calculado com base em uma taxa de 1%.

As principais características da usina hidrelétrica considerada neste estudo de caso são apresentadas na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, enquanto os projetos térmicos são apresentados na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

TABELA 1 - CASO 1 - CARACTERÍSTICAS DA USINA HIDRELÉTRICA

Nível Máx. do Reservatório (un.)	894
Nível Mín. do Reservatório (un.)	356
Capacidade Máx. de Turbinamento (un.)	700
Eficiência (MW/un.)	0,414

TABELA 2 - CASO 1 - CONFIGURAÇÃO TERMELETRICA

Térmica	Capacidade (MW)	Custo Variável Unitário (\$/MW)
Térmica 1	100	500
Térmica 2	100	113
Térmica 3	100	153
Térmica 4	50	116
Térmica 5	50	58
Térmica 6	50	86

Neste caso, onde apenas uma unidade hidrelétrica é considerada, o segundo termo em (9) não é aplicável.

3.1.1 Qualidade da política operativa e redução dos coeficientes da RDL devido à regularização

Para medir a qualidade das políticas geradas com a RDL regularizada, usamos o modelo de otimização proposto em (10)-(16) para diferentes valores de λ . O custo de cada política é avaliado considerando cenários *out-of-sample* de acordo com o procedimento STT. A melhor RDL regularizada é selecionada de acordo com a métrica de menor custo *out-of-sample*. A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** mostra os tempos computacionais necessários nos processos de estimativa e avaliação *out-of-sample*.

TABELA 3 – CASO 1 – TEMPO COMPUTACIONAL

	Tempo de Estimação (s)	Tempo de Avaliação (s)
$\lambda = 0$	13,2	7,51
$\lambda = 10^3$	5,19	6,19

Para fornecer ao leitor uma base de referência, comparamos o custo esperado *out-of-sample* da RDL regularizada com a mesma métrica obtida com a PDDE (3). Para fins de comparação, usamos os cenários *in-sample* da RDL como o conjunto de cenários *backward* na PDDE. As etapas *forward* são calculadas usando amostras aleatórias do conjunto de cenários na amostra. Depois da convergência da PDDE (em um tempo computacional de 270 segundos), usamos os mesmos 1000 caminhos (*out-of-sample*) usados para avaliar a RDL no teste *out-of-sample* para avaliar a PDDE fora da amostra.

A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta o custo operacional do sistema para cenários *in-sample* e *out-of-sample* para diferentes valores de λ . Como λ não é um parâmetro da PDDE, o custo *out-of-sample* desse método é exibido como uma linha constante.

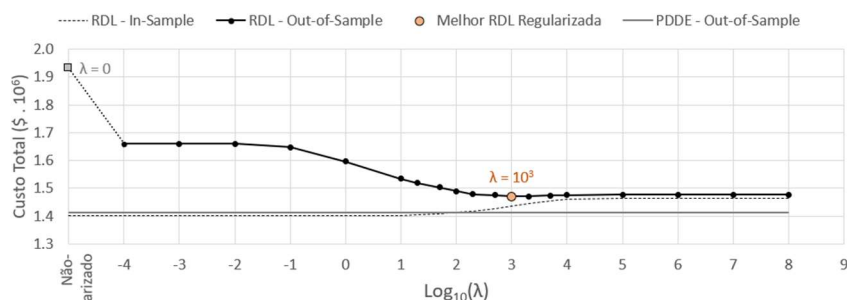


FIGURA 1 – CUSTO TOTAL EM CENÁRIOS IN-SAMPLE E OUT-OF-SAMPLE POR λ

Visivelmente, o custo operacional dentro do problema de estimação (in-sample) não varia significativamente com valores de λ . Além disso, a penalização do AdaLASSO, embora diminua o número e tamanho de parâmetros, não afeta significativamente o custo de cálculo da política até um determinado limite. Por sua vez, à medida que o valor de λ aumenta, o custo operacional *out-of-sample* diminui significativamente. Esses dois fatos nos mostram evidências de *overfit* e a ameaça potencial de RDL não regularizada em amostras finitas. Além disso, também mostra que, em amostra finita, melhores políticas, com melhores resultados *out-of-sample*, podem ser encontradas com base no esquema de regularização proposto.

O aumento da penalidade de regularização diminui significativamente a quantidade de parâmetros associados a variáveis explicativas (usando a terminologia estatística de análise de regressão linear) que não são de fato relevantes para generalizar o modelo de RDL para outras amostras. Neste estudo de caso, o efeito da regularização sobre os coeficientes da RDL resultou em redução do número de coeficientes diferentes de zero de 45,1% para 4,6% ao passo que a norma-1 destes coeficientes apresentou redução de aproximadamente 95,7%.

É importante ressaltar que, neste caso, o esquema de regularização proposto proporciona um ganho de 23,9%, em termos de redução de custos *out-of-sample*, em comparação com a política obtida com a abordagem tradicional de RDL não regularizada ($\lambda = 0$). Em relação ao benchmark com o algoritmo da PDDE, o custo *in-sample* obtido com a RDL regularizada cai dentro do *gap in-sample* da PDDE. Por outro lado, a RDL melhor regularizada apresenta um custo *out-of-sample* 3,99% maior do que o obtido com a PDDE para o mesmo conjunto de cenários.

3.1.2 Resultados Operativos

Esta subseção ilustra os resultados operacionais simulados com a melhor RDL regularizada ($\lambda = 10^3$) e PDDE para cenários *out-of-sample*. **A Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta a geração térmica total, geração hídrica e níveis de reservatório, respectivamente, para a RDL regularizada (valor esperado e percentis) e a PDDE (apenas o valor esperado).

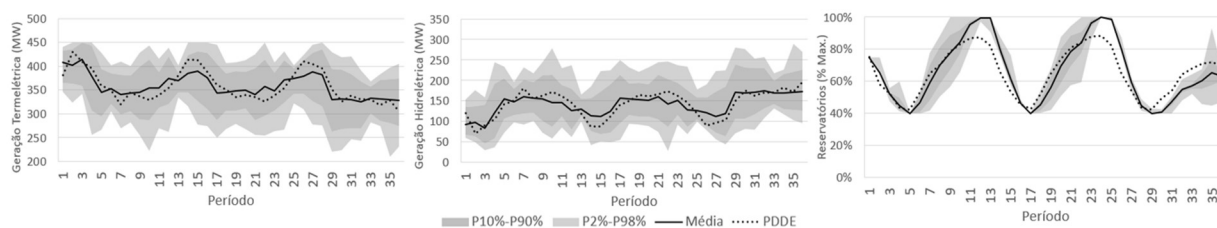


FIGURA 2 - GERAÇÃO TERMELÉTRICA, HIDRELÉTRICA E VOLUME DE RESERVATÓRIOS

Os resultados operativos obtidos de ambos os métodos são semelhantes em alguns aspectos. Por exemplo, apenas pequenos desvios são observados para a geração hidrelétrica e térmica entre a melhor RDL regularizada e a PDDE. O armazenamento na abordagem RDL regularizada também segue o perfil da PDDE, por exemplo, obtendo a mesma sazonalidade.

3.3 Caso Completo

Com o objetivo de avaliar o desempenho da RDL regularizada em um problema mais realista, o Estudo de Caso Completo é realizado considerando a operação em cascatas interconectadas. As vazões nos reservatórios são modeladas via *Generalized Autoregressive Score model* (GAS), um processo estocástico não gaussiano com dependência de temporal não-linear conduzido por marcação. Este processo permite modelar, estimar e simular

séries temporais de vazões dentro de uma estrutura coerente que, por exemplo, reconhece os limites e família específica de distribuições condicionais do processo estocástico subjacente. Referimos o leitor interessado a (15) para um exemplo de aplicação em geração de energia eólica no Brasil e a (16) para a ferramenta de código aberto usada para gerar os cenários usados neste estudo de caso. É importante ressaltar neste ponto que a utilização de um processo estocástico com dependências temporais não-lineares (não convexas) e que modele com mais fidelidade as incertezas é de grande relevância prática e ao mesmo tempo impede a aplicação da técnica tradicional da PDDE. Portanto, esse é um exemplo onde a RDL se torna mais interessante que a PDDE tradicional.

Neste estudo de caso, estendemos a análise realizada anteriormente sobre o custo esperado para a distribuição dos custos por cenário. Por fim, também analisamos índices específicos de desempenho operacional e de mercado para exemplificar outros benefícios econômicos da regularização de RDL.

3.3.1 Configuração do Sistema

Neste estudo de caso, a configuração do sistema é composta por cinco reservatórios em duas cascatas diferentes, conforme mostrado na **Erro! Fonte de referência não encontrada..** Os dados das principais usinas hidrelétricas estão representados na **Erro! Fonte de referência não encontrada..**

FIGURA 3 - CASCATA
HIDRELÉTRICA

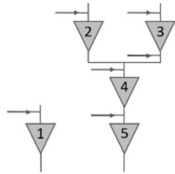


TABELA 4 - CASO 2 - CONFIGURAÇÃO HIDRELÉTRICA

Hidrelétrica	1	2	3	4	5
Arm. Máx. (hm³)	394	319	291	197	166
Arm. Mín. (hm³)	36	78	17	21	8
Turb. Máx. (hm³)	80	103	77	227	277
ρ (MW/hm³)	0,81	1,12	1,10	1,10	1,19
Usina a jusante	-	4	4	5	-

TABELA 5 - CASO 2 - CONFIGURAÇÃO
TERMELÉTRICA

Térmicas	Ger. Max (MW)	c (\$/MW)
T1	250	159
T2	50	113
T3	250	153
T4	50	116
T5	50	58
T6	50	86

A demanda é definida em 1000MW em todas as etapas, evitando qualquer efeito extra nos resultados além dos cenários de vazão e decisões de planejamento da operação. O custo de corte de carga é definido como 2611 \$/MWh. Além disso, a configuração do sistema deste exemplo contém seis unidades termelétricas, cujos dados são apresentados na **Erro! Fonte de referência não encontrada..** Finalmente, utilizamos um período total de 24 meses, $N = 100$, $M = 1000$, e a mesma quantidade de *lags* e ordem polinomial do estudo anterior.

3.3.2 Processo de Regularização

Neste estudo de caso, apresentamos os resultados *out-of-sample* para o valor esperado, percentil 5 (P5) e percentil 95 (P95) do custo total de operação. A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta esses três índices (eixo vertical) para diferentes valores de λ (eixo horizontal). As curvas tracejadas inferior e superior mostram os valores de P5 e P95, respectivamente, enquanto a curva contínua representa o valor esperado. Coincidentemente, o melhor valor de λ para esse caso também foi igual a 1000. Além disso, observe que o P95 e os custos médios coincidem em qual deve ser o melhor valor de λ . No entanto, isso não é necessariamente verdadeiro para todos os percentis e para todos os possíveis casos que podem ser gerados com diferentes configurações do sistema.

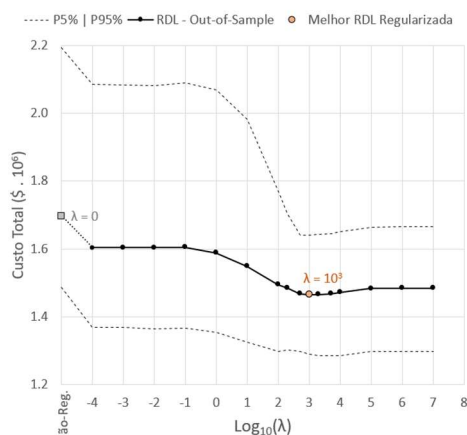
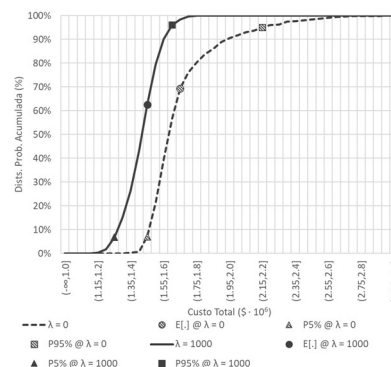
FIGURA 4 - CUSTO TOTAL EM CENÁRIOS OUT-OF-SAMPLE POR λ 

FIGURA 5 - DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE ACUMULADA, PERCENTIS E MÉDIA DE CUSTOS DE CENÁRIOS OUT-OF-SAMPLE PARA POLÍTICAS REGULARIZADA E NÃO REGULARIZADA

A melhor regularização produz uma RDL com o custo total esperado 13,7% inferior ao custo da RDL utilizada como *benchmark*, a RDL não regularizada ($\lambda = 0$). Após esse nível de penalidade, o desempenho dos testes *out-of-sample* atinge resultados piores. A regularização ótima, $\lambda = 1000$, reduziu a quantidades de coeficientes diferentes de zero de 60,4% (RDL não regularizada) para apenas 4,2%. Houve também um efeito significativo sobre a norma-1 dos coeficientes da RDL, chegando a 95,6% de redução do vetor de coeficientes.

Além dos resultados apresentados anteriormente, comparando a distribuição de probabilidade acumulada de RDLs regularizadas e não regularizadas, podemos ver na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** que a política regularizada domina (no sentido estocástico) a não regularizada. Nesta figura são destacados os valores referentes ao valor esperado, P5 e P95, também apresentados numericamente na sequência (**Erro! Fonte de referência não encontrada.** e **Erro! Fonte de referência não encontrada.**). Da última coluna da **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, também podemos observar uma redução de 50% na dispersão da distribuição de custos (avaliada pela diferença entre P95 e P5) para o caso com RDL regularizada em comparação com o *benchmark*. Assim, a RDL regularizada fornece uma distribuição de custo operacional dominante (em termos estocásticos) e com menor incerteza. Os resultados destacados anteriormente mostram a proeminente superioridade da RDL regularizada sobre o *benchmark* não regularizado.

TABELA 6 - CASO 2 - MÉTRICAS DE CUSTO PARA CENÁRIOS IN-SAMPLE

λ	P5 (\$ · 10 ⁶)	Valor Esperado (\$ · 10 ⁶)	P95 (\$ · 10 ⁶)
0	1.23	1.45	1.62
1000	1.24	1.46	1.63
Diferença	0,8%	0,8%	0,6%

TABELA 7 - CASO 2 - MÉTRICAS DE CUSTO PARA CENÁRIOS OUT-OF-SAMPLE

λ	P5 (\$ · 10 ⁶)	Valor Esperado (\$ · 10 ⁶)	P95 (\$ · 10 ⁶)	P95 – P5 (\$ · 10 ⁶)
0	1.49	1.70	2.19	0.70
1000	1.29	1.47	1.64	0.35
Diferença	13,4%	13,7%	25,1%	-50,0%

Curiosamente, contrastando os valores apresentados na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, podemos ver que os pequenos incrementos (de 0,8%, 0,8% e 0,6%) nas métricas *in-sample* resultantes da abordagem de regularização permite maiores reduções (de 13,4%, 13,7% e 25,1%) nos mesmos índices em cenários *out-of-sample*. Isso nos fornece uma medida da subotimalidade dentro da amostra imposta pelo melhor esquema de regularização.

Visando avaliar os efeitos econômicos da regularização, a **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta algumas métricas adicionais importantes que exploram o impacto econômico do processo de regularização nos preços *spot* (calculados neste trabalho como os custos marginais de operação). Além das métricas usuais como percentis e valor esperado para os preços *spot* médios anuais, o nível de incerteza médio, calculado como a média das diferenças entre o P95 e P5 ao longo dos meses, e o a variabilidade temporal, definida de acordo com a Expressão (22), também são apresentados. Visivelmente, a política de regularização promove uma notável estabilidade dos preços *spot*. Tal efeito é caracterizado pela queda significativa do nível médio de incerteza e dos índices de variabilidade temporal quando comparados à política não regularizada. Adicionalmente, a média anual do

preço spot e seu P95 também apresentam reduções relevantes, características desejáveis geralmente associadas a sinais de eficiência para os participantes do mercado.

$$Variação\ Temporal = \frac{1}{T-1} \sum_s p_s \sum_{t=2}^T \frac{|\pi_{t,s} - \pi_{t-1,s}|}{\pi_{t-1,s}} \quad (22)$$

TABELA 8 - CASO 2 - MÉTRICAS PARA MÉDIA ANUAL DE PREÇO SPOT PARA CENÁRIOS OUT-OF-SAMPLE

λ	P5 (\$/MWh)	E[.] (\$/MWh)	P95 (\$/MWh)	Incerteza Média (\$/MWh)	Variação Temporal (\$/MWh)
0	316	675	1155	839	197
1000	138	262	439	301	50

4.0 CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta uma aplicação de RDL no problema de planejamento do despacho hidrotérmico de longo prazo e demonstra a necessidade da utilização de métodos de regularização para mitigar a ameaça os efeitos de *overfit* em amostras finitas. Propomos uma solução via AdaLASSO e mostramos ganhos significativos em testes fora da amostra com relação à abordagem não regularizada.

Mais especificamente, nossos estudos de caso mostram que, em simulações *out-of-sample*, a RDL regularizada obteve reduções de custo relevantes em comparação com a abordagem não regularizada clássica (23,9% em média e 41,1% para o percentil 95 em um estudo de caso de reservatório único e 13,7% em média e 25,1% para o percentil 95 dos custos em um estudo de caso de multi-reservatórios). Além disso, a regularização por meio do AdaLASSO resultou em uma redução maior ou igual a 83% do número total de coeficientes selecionados em ambos os estudos de caso. Esse fato destaca a importância do esquema de regularização para encontrar o subconjunto de parâmetros com melhor desempenho *out-of-sample*. Curiosamente, nosso segundo estudo de caso também revelou um efeito relevante da melhor regularização nos preços de curto prazo. O nível de incerteza e as métricas de variabilidade temporal dos preços *spot* (custos operacionais marginais extraídos de um ano durante o período estacionário do estudo) são significativamente reduzidos em comparação com a política não regularizada. O valor esperado e o percentil 95 dos preços *spot* médios anuais também apresentam redução relevante sob a melhor penalidade de regularização. Esses fatos fornecem fortes evidências de que a abordagem de regularização proposta constitui uma etapa importante, que vale a pena analisar ao utilizar RDLs para resolver PLEM.

Destacamos três caminhos possíveis para pesquisas futuras neste tópico: 1) o estudo de resultados teóricos baseados em resultados de convergência para aproximações de médias amostrais em dois estágios, como em (12); 2) o estudo de diferentes aplicações nas quais as hipóteses dos métodos tradicionais, como a convexidade no caso da PDDE, não atendem ao problema em questão (como os problemas não-lineares não convexos ou com problemas inteiros mistos); finalmente, 3) o estudo de diferentes bases de funções e métodos de regularização, por exemplo, a norma-2, que está associada à regressão com propriedades interessantes e complementares aos operadores da norma-1.

5.0 BIBLIOGRAFIA

- (1) SHAPIRO, A.; DENTCHEVA, D.; RUSZCZYŃSKI, A.. *Lectures on stochastic programming: modeling and theory*. SIAM, 2014.
- (2) BIRGE, J. R.; LOUVEAUX, F.. *Introduction to stochastic programming*. Springer Science & Business Media, 2011.
- (3) PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G.. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, 52(1):359–375, May 1991.
- (4) STREET, A.; BRIGATTO, A.; VALLADÃO, D. M.. Co-optimization of energy and ancillary services for hydrothermal operation planning under a general security criterion. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(6):4914–4923, Nov 2017.
- (5) PAPAVALIOU, A.; MOU, Y.; CAMBIER, L.; SCIEUR, D.. Application of stochastic dual dynamic programming to the real-time dispatch of storage under renewable supply uncertainty. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 9(2):547–558, April 2018.
- (6) BODUR, M.; LUEDTKE, J.. Two-stage linear decision rules for multi-stage stochastic programming. 2018.
- (7) HOLT, C. C.; MODIGLIANI, F.; SIMON, H. A.. A Linear Decision Rule for Production and Employment Scheduling. *Management Science*, 2(1):1–30, 1955.
- (8) REVELLE, C.; JOERES, E.; KIRBY, W.. The Linear Decision Rule in Reservoir Management and Design: 1, Development of the Stochastic Model. *Water Resources Research*, 5(4):767–777, 1969.
- (9) GAUVIN, C.; DELAGE, E.; GENDREAU, M.. Decision rule approximations for the risk averse reservoir management problem. *European Journal of Operational Research*, 261(1):317–336, 2017.
- (10) BRAATEN, S. V.; GJØNNES, O.; HJERTVIK, K.; FLETEN, S. E.. Linear Decision Rules for Seasonal Hydropower Planning: Modelling Considerations. *Energy Procedia*, 87(1876):28–35, 2016.

- (11) EGGING, R.; FLETEN, S. E.; GRONVIK, I.; HADZIOMEROVIC, A. ; IN-GVOLDSTAD, N.. Linear Decision Rules for Hydropower Scheduling under Uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(1):103–113, 2017.
- (12) AHMED, S.; SHAPIRO, A.; SHAPIRO, E.. The sample average approximation method for stochastic programs with integer recourse. Submitted for publication, p. 1–24, 2002.
- (13) SIKORA, C. G. S.. Benders' decomposition for the balancing of assembly lines with stochastic demand. *European Journal of Operational Research*, 292(1):108–124, 2021.[
- (14) NIKZAD, E.; BASHIRI, M.; ABBASI, B.. A matheuristic algorithm for stochastic home health care planning. *European Journal of Operational Research*, 288(3):753–774, 2021.
- (15) HOELTGEBAUM, H.; FERNANDES, C.; STREET, A.. Generating joint scenarios for renewable generation: The case for non-gaussian models with time-varying parameters. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(6):7011–7019, 2018.
- (16) BODIN, G.; SAAVEDRA, R.; FERNANDES, C. ; STREET, A.. Score driven models.jl: a julia package for generalized autoregressive score models. *arXiv preprint arXiv:2008.05506*, 2020.
- (17) VELLOSO, A.; STREET, A.; POZO, D.; ARROYO, J. M.; COBOS, N. G.. Two-stage robust unit commitment for co-optimized electricity markets: An adaptive data-driven approach for scenario-based uncertainty sets. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 11(2):958–969, 2019.
- (18) ZOU, H.. The adaptive lasso and its oracle properties. *Journal of the American statistical association*, 101(476):1418–1429, 2006.
- (19) TIBSHIRANI, R.. Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 58(1):267–288, 1996.
- (20) DOWSON, O.; KAPELEVICH, L.. SDDP.jl: a Julia package for stochastic dual dynamic programming. *INFORMS Journal on Computing*, 2020. Articles in Advance.

DADOS BIOGRÁFICOS



Graduado em Engenharia Elétrica com ênfase em Sistemas de Potência pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, mestrando em Engenharia Elétrica com foco em Métodos de Apoio à Decisão pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Profissionalmente, atuou na empresa Bolognesi Energia em 2015 na implantação de usinas termelétricas. No período de 2016 até 2021, tornou-se consultor na empresa PSR Soluções Consultoria em Energia, em que esteve à frente de estudos voltados a planejamento energético e análise de risco. Atualmente é Coordenador de Portfólio na empresa Omega Energia, liderando estudos com enfoque na tomada de decisão da empresa.

(2) **ALEXANDRE STREET DE AGUIAR**
 Alexandre Street é professor associado do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio onde leciona Economia da Energia e Otimização. É fundador do Laboratory of Applied Mathematical Programming and Statistics (LAMPS PUC-Rio), onde lidera diversos projetos de P&D. Alexandre Street é senior member da IEEE PES e pesquisador 1 CNPq. É Editor Associado da *IEEE Transactions on Power Systems*, principal revista científica internacional da área de energia elétrica. Já publicou mais de 40 artigos em revistas científicas internacionais (atraindo mais de 1000 citações) e orientou mais de 30 alunos de pós-graduação em nível de mestrado, doutorado e pós-doutorado.