

## GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP

### REGRAS LINEARES DE DECISÃO APLICADAS AO DESPACHO HIDROTÉRMICO SOB INCERTEZA

**GUILHERME PEREIRA FREIRE MACHADO(1); RODRIGO DE MELLO NOVAES(2); JOAQUIM MASSET LACOMBE DIAS GARCIA(2); MARIO VEIGA FERRAZ PEREIRA(2); GERSON COUTO DE OLIVEIRA(2); BERNARDO VIEIRA BEZERRA(3); ÁLVARO DE LIMA VEIGA FILHO(1)**  
**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO(1); PSR SOLUCOES E CONSULTORIA EM ENERGIA LTDA.(2); OMEGA COMERCIALIZADORA DE ENERGIA S.A.(3)**

#### RESUMO

Este trabalho propõe um modelo estocástico horário para a programação da operação do despacho hidrotérmico para a semana à frente, considerando restrições de *unit-commitment* termoeletrico e utilizando regras lineares de decisão. O objetivo é otimizar conjuntamente o cálculo do despacho hidrotérmico e da reserva operativa, sob a incerteza da demanda, hidrologia e disponibilidade de recursos renováveis. As regras lineares são empregadas para reduzir o esforço computacional necessário para a solução do problema de *unit-commitment* estocástico associado.

#### PALAVRAS-CHAVE

Otimização estocástica; Planejamento da operação; Despacho hidrotérmico; Regras lineares de decisão

#### 1.0 INTRODUÇÃO

Conceitualmente, o despacho hidrotérmico é um problema de tomada de decisão sob incertezas. Isto é, os montantes de geração são definidos sem o conhecimento das realizações das variáveis aleatórias, somente em posse de suas distribuições de probabilidade. Tais variáveis, em geral, são relacionadas às fontes primárias de energia renovável, como vazões afluentes, vento, sol e a própria demanda. Matematicamente, este é um problema de programação estocástica multietágios, cuja estratégia de solução usualmente adotada é amostrar um conjunto finito de cenários, formando um problema de otimização de grandes dimensões, e resolvê-lo por técnicas de decomposição e recursão. Historicamente, a maior parte da incerteza dos sistemas de energia e variabilidade eram devidas à demanda, com escala intrasemanal. Os principais mecanismos utilizados para proteção contra essas variações eram requisitos determinísticos de reserva operativa. No entanto, a penetração massiva da geração renovável, principalmente aquela de natureza não controlável (eólica e solar), contribuiu para o aumento da incerteza e variabilidade intradiária. Portanto, os modelos utilizados para cálculo de despacho devem ser formulados de modo a capturar a incerteza e a variabilidade da geração renovável associada à operação dos sistemas de potência.

Este trabalho propõe um modelo hidrotérmico estocástico com resolução horária, considerando restrições de *unit-commitment* termoeletrico e utilizando regras lineares de decisão. O objetivo é otimizar conjuntamente o cálculo do despacho hidrotérmico e da reserva operativa, sob a incerteza da demanda, hidrologia e geração renovável.

O modelo e o estudo de caso aqui apresentados foram desenvolvidos em âmbito de um projeto de Pesquisa e Desenvolvimento, “Reserva de potência operativa e operação estocástica horária do SIN, com o suporte de processo de co-otimização e considerando incertezas na previsão da produção renovável, demanda e geração distribuída e seus impactos nos agentes de mercado”, cujo código para consulta é PD-07267-0013/2018. Este trabalho foi originado da tese de mestrado desenvolvida por (PEREIRA FREIRE MACHADO, 2021).

#### 2.0 DISCUSSÃO CONCEITUAL E REVISÃO DA LITERATURA

##### 2.1 Lidando com a incerteza no despacho hidrotérmico

O problema de programação do despacho hidrotérmico é complexo. Decisões são tomadas com antecedência, sob incerteza, para diversos geradores com características operativas diferentes. Algumas usinas possuem alta flexibilidade e podem ter seus níveis de geração ajustados próximos ao tempo real, outras devem ser acionadas com semanas, ou até meses, de antecedência e possuem inflexibilidades significativas – técnicas ou contratuais. A programação da operação é, naturalmente, uma atividade baseada em expectativas e pode ser necessário ajustá-la à medida que as incertezas se tornam conhecidas e que sejam observados desvios frente aos valores esperados.

O aumento na participação das fontes renováveis intermitentes (e.g., eólica e solar) na matriz de geração evidenciou a necessidade da representação da incerteza e da variabilidade associadas à sua geração na programação da

operação – o que implica na solução de problemas de *unit-commitment* sob incerteza. A literatura provê ao menos três abordagens para lidar com esta incerteza (DAI, 2015; TAHANAN, 2015; VAN ACKOOIJ, 2018): (i) programação estocástica, utilizando árvores de cenários; (ii) otimização robusta e (iii) otimização com restrições probabilísticas. A escolha dentre estas abordagens implicará na robustez da solução, nos custos esperados e no esforço computacional necessário para solução do problema formulado.

- i. A **programação estocástica** é a abordagem usual para a solução de problemas de otimização sob incerteza. A simplicidade é uma grande vantagem: a incerteza é assumida como conhecida em cada nó de uma árvore de decisão, na prática transformando a solução de um problema estocástico na solução de uma sequência de problemas determinísticos. Por outro lado, existem desvantagens tais como: a distribuição de probabilidades deve ser conhecida e o esforço computacional cresce exponencialmente com a cardinalidade do conjunto de incertezas<sup>1</sup>.
- ii. Na **otimização robusta** é perseguido um compromisso entre a representação das incertezas e o custo da solução obtida. A incerteza é limitada a um conjunto representativo de cenários e o problema de otimização evita o seu pior resultado. Sua grande desvantagem é o possível conservadorismo das soluções obtidas (VAN ACKOOIJ, 2018).
- iii. A **otimização com restrições probabilísticas** combina a distribuição de probabilidade, como a programação estocástica, e uma restrição probabilística, que é uma generalização da restrição imposta ao pior cenário no caso resolvido por otimização robusta. Tais problemas, em geral, são não-convexos e de difícil solução (SHAPIRO, 2005).

## 2.2 Programação estocástica

Na programação estocástica o processo de tomada de decisão pode ser representado de duas formas: (i) modelos de dois estágios e (ii) modelos multiestágios. No modelo de dois estágios, a incerteza é revelada completamente após o primeiro estágio. No modelo multiestágios, a incerteza é revelada parcialmente a cada estágio, quando uma nova decisão é tomada, representando a dinâmica de tomada de decisões sequenciais sob incerteza (BIRGE, 2011). Modelos multiestágios, portanto, representam o processo decisório de forma mais realista. Por outro lado, o problema pode crescer em complexidade rapidamente: quanto mais estágios e quanto mais cenários utilizados, maior o esforço computacional necessário. Como consequência, técnicas de decomposição foram desenvolvidas ao longo dos anos, como a decomposição de Benders (BENDERS, 1962), a relaxação Lagrangeana (BERTSEKAS, 1982), a programação dinâmica dual estocástica (PEREIRA, 1991), dentre outros.

## 2.3 Regras de decisão

Uma regra de decisão é uma função vetorial que mapeia uma variável aleatória em uma variável de decisão, isto é, ela estabelece a resposta de um sistema à uma perturbação. As regras de decisão são aplicadas a problemas de programação estocástica com o intuito de diminuir o esforço computacional necessário para sua solução (GARSTKA, 1974). Na otimização estocástica e na otimização robusta a regra de decisão seria a política que define a resposta do sistema para cada cenário considerado. Para ilustrar, considere o seguinte problema de otimização:

$$\text{minimizar } E_{\xi}[F(\delta(\xi), \xi)] \quad (1)$$

$$\text{sujeito a } \delta(\xi) \in A_{\xi} \quad \forall \xi \in \Xi \quad (2)$$

Dada uma variável aleatória  $\xi$ , com suporte  $\Xi$ , desejamos encontrar uma regra de decisão  $\delta$  tal que  $\delta(\xi)$  minimize o valor esperado de  $F(\cdot, \xi)$ .  $A_{\xi}$  representa o conjunto de restrições que a solução candidata deve satisfazer. A regra de decisão,  $\delta$ , é a mesma para todos os cenários, diminuindo o número de variáveis e tornando o problema estocástico não-antecipativo<sup>2</sup>. Porém, o resultado da regra de decisão  $\delta(\xi)$  varia por cenário.

A principal vantagem de utilizar as regras de decisão é que tornamos possível a solução de um problema de programação estocásticas multiestágios como se fosse um problema de dois estágios, onde no primeiro estágio os coeficientes das regras de decisão são definidos e, no segundo estágio, as regras de decisão são aplicadas ao problema de otimização (BODUR, 2018).

As regras de decisão podem ser construídas de diferentes formas, das quais a regra linear é um dos formatos mais simples e explorados na literatura. Em (SHAPIRO, 2005) os autores descrevem o potencial para redução da complexidade computacional na programação estocástica por meio da utilização das regras lineares. (CHEN, 2008)

<sup>1</sup> Uma alternativa usual é aliar à programação estocástica a utilização de reserva operativa determinística, determinada à priori, oferecendo mais robustez para a solução.

<sup>2</sup> As restrições de não-antecipatividade, apesar do nome sofisticado, têm um significado simples: você não pode utilizar uma informação que não possui. Para otimização, é como se tivéssemos duas versões de uma mesma variável: uma associada ao momento antes de sabermos sua realização e outra associada ao momento em que tal incerteza é revelada. Basicamente, estas restrições garantem que estas duas variáveis são iguais, afinal a decisão deve ser tomada antes da realização do evento.

identifica que a formulação com regras lineares pode levar a políticas inviáveis e exploram extensões na formulação. Outros formatos de regras de decisão são apresentados, por exemplo, em (CHEN, 2009) e (GEORGHIOU, 2014).

## 2.4 Regras lineares de decisão e os sistemas de potência

Regras lineares foram utilizadas para a operação de reservas em (WARRINGTON, 2012; WARRINGTON, 2013), especificamente para determinar a participação de cada gerador no atendimento à reserva operativa. Como resultados os autores obtiveram redução de custos ao comparar a tomada de decisão obtida com outras metodologias. Pouco depois a formulação foi estendida, e em (WARRINGTON, 2014) as regras lineares foram aplicadas a um problema de *unit-commitment* multietágios.

(EGGING, 2017) utilizou regras lineares na programação do despacho hidrotérmico. Os autores consideraram duas fontes de incerteza: os preços de energia e as afluências. O modelo foi validado para quatro usinas hidroelétricas na Noruega e se mostrou promissor para o cálculo de políticas de operação viáveis para estas usinas. Foi evidenciada a redução da complexidade ao utilizar as regras lineares, dada a redução do tempo de processamento associado. Embora a utilização de regras lineares de decisão em problemas de sistemas de potência não seja novidade, este trabalho propõe uma formulação alternativa: no primeiro estágio, o problema de *unit-commitment* é resolvido de modo determinístico para um cenário de demanda líquida adotado como referência. Os resultados deste primeiro estágio – i.e., do cenário de referência – são utilizados como coeficientes de translação para as regras lineares, que serão utilizadas para obter o despacho nos cenários do segundo estágio. Desta maneira, a regra de decisão possui a seguinte interpretação: ela é uma função afim do erro de previsão, onde a operação do sistema no cenário previsto é o termo constante e o coeficiente linear é obtido do problema de primeiro estágio.

## 3.0 FORMULAÇÃO PROPOSTA

### 3.1 Notação

#### Conjuntos

$S$	Conjunto de cenários de demanda líquida	$v_{s,i}$	Volume do reservatório $i$ , cenário $s$ , ao fim do horizonte
$H$	Conjunto de horas	$v_{s,i}^0$	Volume do reservatório $i$ , cenário $s$ e início do horizonte
$I$	Conjunto de usinas hidroelétricas	$\lambda_{h,i}^u$	Fator linear da regra para a hidroelétrica $i$ , hora $h$
$I(a)$	Conjunto de usinas hidroelétricas na área $a$	$\lambda_{h,j}^g$	Fator linear da regra para a térmica $j$ , hora $h$
$M(i)$	Conjunto de hidroelétricas à montante da hidroelétrica $i$	$x_{h,j}$	Estado operativo da térmica $j$ , hora $h$ (inteira)
$J$	Conjunto de usinas térmicas	$y_{h,j}$	Indica se a térmica $j$ foi acionada na hora $h$ (inteira)
$J(a)$	Conjunto de usinas térmicas na área $a$	$z_{h,j}$	Indica se a térmica $j$ foi desligada na hora $h$ (inteira)
$K(a)$	Conjunto de geradores da área $a$ que proveem reserva	$\hat{f}_{h,l}$	Fluxo do intercâmbio $l$ , hora $h$ para o cenário referência
$D(a)$	Conjunto de intercâmbios com origem na área $a$	$\hat{g}_{h,j}$	Geração da térmica $j$ , hora $h$ para o cenário referência
$P(a)$	Conjunto de intercâmbios destinados à área $a$	$\hat{u}_{h,i}$	Vazão da hidroelétrica $i$ , hora $h$ para o cenário referência

#### Índices

$h$	Índice para as horas	$r_{s,h,k}^{up}$	Requisito de reserva para tomada de carga para o gerador $k$ , na hora $h$ , no cenário $s$
$s$	Índice para os cenários de demanda líquida	$r_{s,h,k}^{dn}$	Requisito de reserva para alívio de carga para o gerador $k$ , na hora $h$ , no cenário $s$
$i$	Índice para as usinas hidroelétricas		
$j$	Índice para as usinas térmicas		
$k$	Índice para os geradores que proveem reserva		
$a$	Índice para as áreas		
$a(.)$	Índice para a áreas à qual pertence determinada usina		
$l$	Índice para os intercâmbios		

#### Constantes

$c_j$	Custo variável da térmica $j$
$\epsilon_{h,a}^s$	Demanda líquida na área $a$ , hora $h$ , no cenário $s$
$\hat{\epsilon}_{h,a}$	Demanda líquida na área $a$ , hora $h$ , no cenário referência
$R_{h,a}^{up}$	Reserva para tomada de carga na área $a$ , hora $h$
$R_{h,a}^{dn}$	Reserva para tomada de carga na área $a$ , hora $h$

#### Funções

$\alpha$	Função de custo futuro	$\underline{v}_i$	Volume mínimo da hidroelétrica $i$
$\delta_{h,i}^u$	Regra de decisão para a vazão da hidroelétrica $i$ , hora $h$	$\bar{v}_i$	Volume máximo da hidroelétrica $i$
$\delta_{h,j}^g$	Regra de decisão para a geração da térmica $j$ , hora $h$	$\bar{u}_i$	Vazão turbinada máxima da hidroelétrica $i$
$\gamma$	Métrica de risco utilizada para cálculo da reserva	$\rho_i$	Produtibilidade da hidroelétrica $i$

#### Variáveis

$\iota_{s,i}$	Vazão afluente ao reservatório $i$ no cenário $s$	$\bar{g}_j$	Geração máxima da térmica $j$
		$\underline{g}_j$	Geração máxima da térmica $j$

$\omega_{s,h,i}$  Vertimento da hidroelétrica  $i$ , hora  $h$  para o cenário  $s$

$p_s$

Probabilidade (peso) associada ao cenário  $s$

A formulação é proposta para um problema de despacho hidrotérmico para a semana à frente. O modelo utiliza uma função de custo futuro  $\alpha$ , previamente calculada, como uma aproximação dos custos de oportunidade associados à água armazenada nos reservatórios – i.e., para o valor da água (PEREIRA, 1991). As incertezas são representadas pelas afluições e pela demanda líquida – correspondente à diferença entre demanda e geração não controlável projetadas, esta última usualmente proveniente de fontes renováveis como eólicas e solares.

### 3.2 Aplicação das regras lineares

Propomos a utilização de regras lineares para modelar a vazão turbinada e a geração térmica. A função afim  $\delta_{h,i}^u$  ( $\delta_{h,j}^g$ ) relaciona a vazão turbinada (geração termoelétrica),  $u_{h,i}$  ( $g_{h,j}$ ), com a demanda líquida. O coeficiente de translação da função afim é a decisão tomada para um cenário de referência definido previamente –  $\hat{u}_{h,i}$  ( $\hat{g}_{h,j}$ ). O coeficiente linear,  $\lambda_{h,i}^u$  ( $\lambda_{h,j}^g$ ), estabelece a relação com a demanda líquida, multiplicando a diferença entre a demanda líquida do cenário  $s$ ,  $\epsilon_h^s$ , e aquela do cenário de referência,  $\hat{\epsilon}_h$ . Estas regras podem ser construídas para o sistema em conjunto, como neste exemplo, ou para as diferentes áreas (submercados) modelados, como na formulação completa – seção 3.3.

$$u_{h,i} = \delta_{h,i}^u(\epsilon_h^s) \quad (3)$$

$$\delta_{h,i}^u(\epsilon_h^s) = \hat{u}_{h,i} + \lambda_{h,i}^u \times (\epsilon_h^s - \hat{\epsilon}_h) \quad (4)$$

$$g_{h,j} = \delta_{h,j}^g(\epsilon_h^s) \quad (5)$$

$$\delta_{h,j}^g(\epsilon_h^s) = \hat{g}_{h,j} + \lambda_{h,j}^g \times (\epsilon_h^s - \hat{\epsilon}_h) \quad (6)$$

Note que, originalmente, existiam variáveis (e, portanto, decisões) de vazão turbinada e geração termoelétrica para cada cenário  $s$ . No entanto, ao utilizar a regra linear, existirá apenas uma regra que será utilizada para os diferentes cenários – por isto a dimensão do problema de otimização é reduzida pela aplicação das regras.

Esta formulação pode ser interpretada do mesmo modo que em (WARRINGTON, 2014), onde  $(\epsilon_h^s - \hat{\epsilon}_h)$  representa um erro de previsão e o coeficiente linear  $\lambda_{h,i}$  determina que a decisão de turbinamento varia linearmente com o erro. Propomos que o problema de otimização abranja tanto a operação do cenário de referência quanto a operação para os demais cenários, para os quais são utilizadas as regras lineares, de modo que o problema é resolvido de uma única vez<sup>3</sup>. O objetivo é a minimização do custo esperado para os diferentes cenários. Assim, a decisão para o cenário de referência é tomada sob a incerteza de múltiplos cenários. Diferente de (EGGING, 2017), não utilizamos as regras de decisão para o vertimento, o que dá mais liberdade ao problema de otimização.

### 3.3 Formulação completa

$$\text{minimizar } \sum_{s \in S} p_s \left[ \sum_{h \in H} \sum_{j \in J} c_j \times \delta_{h,j}^g(\epsilon_{h,a(j)}^s) + \alpha(v_{s,i \in I}) \right] \quad (7)$$

Sujeito a

$$v_{s,i} = v_{s,i}^0 + \iota_{s,i} + \sum_{h \in H} \left[ -\delta_{h,i}(\epsilon_{s,h,a(i)}) - \omega_{s,h,i} + \sum_{m \in M(i)} (\delta_{h,m}(\epsilon_{s,h,a(m)}) + \omega_{s,h,m}) \right] \quad \forall s \in S, h \in H, i \in I \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I(a)} \rho_i \times \hat{u}_{h,i} + \sum_{j \in J(a)} \hat{g}_{h,j} - \sum_{l \in D(a)} \hat{f}_{h,l} + \sum_{l \in P(a)} \hat{f}_{h,l} = \hat{\epsilon}_{h,a} \quad \forall h \in H, a \in A \quad (9)$$

$$\delta_{h,i}^u(\epsilon_{h,a(i)}^s) = \hat{u}_{h,i} + \lambda_{h,i}^u \times (\epsilon_{h,a(i)}^s - \hat{\epsilon}_{h,a(i)}) \quad \forall s \in S, h \in H, i \in I \quad (10)$$

$$\delta_{h,j}^g(\epsilon_{h,a(j)}^s) = \hat{g}_{h,j} + \lambda_{h,j}^g \times (\epsilon_{h,a(j)}^s - \hat{\epsilon}_{h,a(j)}) \quad \forall s \in S, h \in H, j \in J \quad (11)$$

$$\sum_{i \in I(a)} \rho_i \times \lambda_{h,i}^u + \sum_{j \in J(a)} \lambda_{h,j}^g = 1 \quad \forall h \in H, a \in A \quad (12)$$

$$\sum_{k \in K(a)} r_{s,h,k}^{up} \geq R_{h,a}^{up} \quad \forall s \in S, h \in H, a \in A \quad (13)$$

<sup>3</sup> Ao invés de primeiro resolver o problema para o cenário de referência e então construir as regras lineares e resolver o problema para múltiplos cenários

$$\sum_{k \in K(a)} r_{s,h,k}^{dn} \geq R_{h,a}^{dn} \quad \forall s \in S, h \in H, a \in A \quad (14)$$

$$\underline{v}_i \leq v_{s,i} \leq \bar{v}_i \quad \forall i \in I, s \in S \quad (15)$$

$$\delta_{h,i}^u(\epsilon_{h,a(i)}^s) + r_{s,h,i}^{up} \leq \bar{u}_i \quad \forall s \in S, h \in H, i \in I \quad (16)$$

$$\delta_{h,j}^g(\epsilon_{h,a(j)}^s) + r_{s,h,j}^{up} \leq \bar{g}_j \times x_{h,j} \quad \forall s \in S, h \in H, j \in J \quad (17)$$

$$\delta_{h,j}^g(\epsilon_{h,a(j)}^s) - r_{s,h,j}^{dn} \geq \underline{g}_j \times x_{h,j} \quad \forall s \in S, h \in H, j \in J \quad (18)$$

$$y_{h,j} - z_{h,j} = x_{h,j} - z_{h-1,j} \quad \forall j \in J, h > 2 \quad (19)$$

$$y_{h,j} + z_{h,j} + x_{h,j} + x_{h-1,j} \leq 2 \quad \forall j \in J, h > 2 \quad (20)$$

$$y_{h,j} + z_{h,j} \leq x_{h,j} + x_{h-1,j} \quad \forall j \in J, h > 2 \quad (21)$$

$$\sum_{q=1+h-DT_j}^h y_{h,j} \leq x_{h,j} \quad \forall j \in J, h > DT \quad (22)$$

$$\sum_{q=1+h-UT_j}^h z_{h,j} \leq 1 - x_{h,j} \quad \forall j \in J, h > UT \quad (23)$$

A equação 7 é função objetivo do problema, minimizar o custo esperado total de despacho hidrotérmico – por simplicidade não foram considerados os custos de parada e partida dos geradores termoeletricos. O custo futuro é representado por uma função linear por partes,  $\alpha$ , construída *a priori* e que utiliza como argumentos os volumes armazenados de todas as hidroelétricas.

A equação 8 representa o balanço hídrico para cada uma das usinas hidroelétricas. A equação 9 traz o balanço de demanda para o cenário de referência, por área, garantindo que a demanda por energia elétrica é atendida por geração local ou intercâmbios. As equações 10 e 11 constroem, respectivamente, as regras lineares para a vazão turbinada de cada hidroelétrica e geração de cada termoeletrica, como discutido na seção 0.

As equações 13 e 14 garantem, respectivamente, o atendimento aos montantes de reserva para tomada e alívio de carga. A equação 15 apresenta os limites para volume armazenado por reservatório, enquanto a equação 16 traz o limite de vazão turbinada por hidroelétrica – já considerando o montante de capacidade ociosa utilizado para o cumprimento da reserva operativa.

As equações de 17 a 23 são referentes aos geradores termoeletricos, representando os requerimentos técnicos relacionados ao *unit-commitment* e à reserva de geração. Os limites de geração máxima e mínima são representados, respectivamente, pelas equações 17 e 18. A equação 19 define o valor das variáveis de *startup* e *shutdown* dos geradores termoeletricos, seguindo as mudanças de estado operativo. As equações 20 e 21 aprimoram a representação do *unit-commitment* por eliminar soluções inviáveis associadas à relaxação linear feita pela equação 19. Os requisitos de *minimum downtime* e *uptime* são representados pelas equações 22 e 23, respectivamente.

Os intercâmbios são decisões de primeiro estágio e, portanto, aparecem apenas na equação de balanço de demanda para o cenário de referência, equação 11.

O balanço hídrico foi feito, neste trabalho, para toda a semana. Isto é, considerou-se os estados de armazenamento ao início e fim da semana em questão. Entretanto, esta mesma metodologia pode ser aplicada ao formular o problema com equações de balanço hídrico para cada hora, como em (PEREIRA FREIRE MACHADO, 2021).

O balanço de demanda para os diferentes cenários é garantido pela equação 12, em conjunto com as regras lineares e com o fato de que o intercâmbio é definido para o cenário de referência. Para ilustrar este fato, supondo apenas uma área elétrica (i.e., sem intercâmbios), um gerador hidroelétrico  $i$ , um gerador termoeletrico  $j$  e que a operação seja calculada para uma hora  $h$  específica, a equação de balanço de demanda para um cenário seria:

$$\rho_i \times \delta_{h,i}^u(\epsilon_h^1) + \delta_{h,j}^g(\epsilon_h^1) = \epsilon_h^1 \quad (24)$$

Temos ainda, para o cenário de referência, a seguinte equação:

$$\rho_i \times \hat{u}_{h,i} + \hat{g}_{h,j} = \hat{\epsilon}_h \quad (25)$$

Abrindo a regra linear da expressão (24), teríamos:

$$\rho_i \times \hat{u}_h + \rho_i \times \lambda_{h,i}^u \times (\epsilon_h^1 - \hat{\epsilon}_h) + \hat{g}_{h,j} + \lambda_{h,j}^g \times (\epsilon_h^1 - \hat{\epsilon}_h) = \epsilon_h^1 \quad (26)$$

$$(\rho_i \times \hat{u}_h + \hat{g}_{h,j}) + (\rho_i \times \lambda_{h,i}^u + \lambda_{h,j}^g) \times (\epsilon_h^1 - \hat{\epsilon}_h) = \epsilon_h^1 \quad (27)$$

Substituindo (25) em (27) e dividindo ambos os lados por  $(\epsilon_h^1 - \hat{\epsilon}_h)$ , chegamos à expressão desejada (30). A extensão para o caso com múltiplas áreas e usinas é análoga.

$$\hat{\epsilon}_h + (\rho_i \times \lambda_{h,i}^u + \lambda_{h,j}^g) \times (\epsilon_h^1 - \hat{\epsilon}_h) = \epsilon_h^1 \quad (28)$$

$$(\rho_i \times \lambda_{h,i}^u + \lambda_{h,j}^g) \times (\epsilon_h^1 - \hat{\epsilon}_h) = (\epsilon_h^1 - \hat{\epsilon}_h) \quad (29)$$

$$\rho_i \times \lambda_{h,i}^u + \lambda_{h,j}^g = 1 \quad (30)$$

### 3.4 Alternativas para o cálculo da reserva operativa

O requerimento de reserva é um montante de capacidade que é utilizado para suprir necessidades de tomada e alívio de carga resultantes de eventos inesperados. Existem diferentes formas de definir este requerimento, o que usualmente é feito utilizando algum critério de confiabilidade (PAPAVASILIOU, 2011).

Se os cenários amostrados são uma boa representação da incerteza, um requerimento –  $b_{h,i}^s$  – para cada gerador pode ser calculado a partir da solução do problema estocástico apresentado na seção 3.3. Este requerimento utiliza as variações entre a geração calculada para cada cenário e aquela obtida para o cenário de referência, para cada gerador. Esta margem representa o ajuste necessário no nível de geração se o plano é construído para o cenário de referência, mas, na realidade, observa-se um cenário diferente.

$$b_{h,i}^s = \delta_{h,i}^u(\epsilon_h^s) - \hat{u}_{h,i} \quad \forall s \in S, h \in H, i \in I \quad (31)$$

O requerimento de reserva horário pode ser obtido a partir de uma métrica de risco,  $\gamma$ , aplicada aos desvios observados para os diferentes cenários (SOARES, 2019). O procedimento seria resolver o problema dado pelas equações 7 a 23 sem considerar os requerimentos de reserva, que seriam calculados a partir da solução deste problema. Em posse dos requerimentos de reserva, novas simulações podem ser realizadas, inclusive para cenários fora do conjunto  $S$ .

### 4.0 ESTUDO DE CASO

Um estudo de caso foi feito utilizando o sistema brasileiro, com a configuração do Programa Mensal da Operação (PMO) de janeiro de 2020 – cujos dados são divulgados pelo Operador Nacional do Sistema (ONS). A representação do caso foi sem rede elétrica, com quatro submercados (além do nó fictício) e seus respectivos limites de intercâmbio. Os dados operativos das usinas foram atualizados com as informações utilizadas na Programação Diária da Operação pelo ONS, obtidas do conjunto de dados de entrada do modelo DESSEM para a semana da terceira revisão operativa do PMO de janeiro de 2020 – i.e., compreendendo o período entre 18/01/20 e 24/01/20<sup>4</sup>.

A função de custo futuro utilizada nestas simulações foi calculada para o PMO de janeiro de 2020 utilizando o modelo de planejamento da operação hidrotérmica SDDP<sup>5</sup>, desenvolvido pela PSR.

As simulações realizadas possuem horizonte de uma semana com etapas horárias, considerando 161 usinas hidroelétricas individualizadas e 97 usinas termoeletricas com restrições de *unit-commitment* – *minimum uptime*, *minimum downtime* e potência mínima – representadas por usina. Não foram consideradas rampas de geração. Um perfil típico de demanda horária, obtido dos dados da Programação Diária, foi utilizado para este estudo de caso, apresentado na Figura 1. Foram utilizados 150 cenários de geração eólica, cuja distribuição de probabilidades é apresentada na Figura 1. Portanto, 150 cenários de demanda líquida foram utilizados no total.

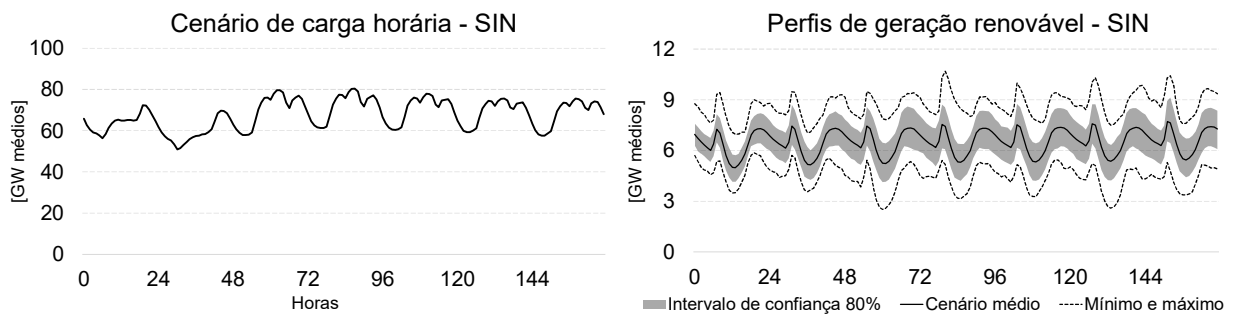


Figura 1 – Perfil de carga horária e de geração eólica utilizados. Fonte: ONS, revisão 3 do PMO de janeiro de 2020.

### 4.1 Procedimento para simulações fora da amostra

O objetivo desta simulação é avaliar qual seria o “custo real” das diferentes políticas operativas quando a demanda líquida observada difere de sua previsão. Isto é: se, no tempo real, essas variáveis possuírem realizações diferentes das previstas, qual seria o custo esperado do redespacho necessário para corrigir a política operativa praticada? Esta pergunta será respondida em dois passos, que resultarão nos custos de simulação da operação real do sistema:

<sup>4</sup> Plataforma Sintegre, Operador Nacional do Sistema. <https://sintegre.ons.org.br/>.

<sup>5</sup> <https://www.psr-inc.com/software/?current=p4026>

- i. Construa uma política operativa para uma determinada amostra do conjunto de cenários utilizados, que possuirá um despacho planejado associado – decisões de *unit-commitment* e intercâmbios. Assumimos que a decisão do planejamento da operação é vinculante e deverá ser aplicada para os diferentes cenários no passo “ii”. Os preços de curto-prazo são calculados nesta etapa – isto é, antes da realização da incerteza.
- ii. Simule a política operativa construída no passo “i” para um conjunto de cenários mais amplo, contendo cenários diferentes daqueles utilizados para a construção da política – as chamadas simulações fora da amostra. Nestas, a decisão de *unit-commitment* obtida do passo “i” deverá ser implementada para os diferentes cenários, porém os níveis de geração podem ser ajustados de acordo com os erros de previsão observados. Tais desvios na operação planejada serão contabilizados ao preço de curto prazo.

O arranjo proposto é utilizado para três diferentes políticas – descritas na seção 4.2. Nos três casos, o procedimento de simulação é o mesmo: a política operativa é sempre calculada para uma mesma amostra de 20 cenários do conjunto utilizado, sendo que as simulações desta política são feitas para todos os 150 cenários do conjunto.

#### 4.2 As diferentes políticas investigadas

- a) **Política determinística:** as decisões operativas ao longo do período são calculadas a partir de um modelo de otimização que pressupõe conhecimento perfeito da demanda líquida para um determinado cenário – aqui definido como a média dos 20 cenários amostrados. Por assumir a informação perfeita, esta política resulta no menor uso possível (i.e., só o estritamente necessário) de recursos com custos variáveis associados, tais como o *unit-commitment* das térmicas.
- b) **Política determinística com reserva:** política construída de forma similar ao caso “a”, porém incluindo os requerimentos de reserva calculados de acordo com o procedimento da seção 3.4, utilizando uma métrica,  $\gamma$ , igual ao valor esperado para o cálculo dos requerimentos.
- c) **Política com regras lineares:** a estratégia de uso dos recursos leva em conta a incerteza das realizações da demanda líquida, representada por diferentes cenários. O modelo estocástico é baseado na metodologia apresentada na seção 3.0, em que o cenário de referência possui as mesmas características de um despacho determinístico e para os demais cenários utiliza-se uma política de regras lineares de decisão. O objetivo é minimizar o valor esperado dos custos operativos totais dos cenários avaliados – neste caso, 20. Os montantes de reserva, nesta abordagem, são cootimizados com os montantes de geração.

#### 4.3 Resultados

Tabela 1 – Resultados das simulações

Política operativa	Cálculo da política		Custo de redespacho (simulações fora da amostra)	Custo total
	Custo imediato	Custo futuro		
<b>a</b>	R\$ 0.1236 bilhões	R\$ 1.1875 bilhões	R\$ 20.9632 milhões	R\$ 1.3320 bilhões
<b>b</b>	R\$ 0.1275 bilhões	R\$ 1.1836 bilhões	R\$ 20.6335 milhões	R\$ 1.3317 bilhões
<b>c</b>	R\$ 0.1260 bilhões	R\$ 1.1859 bilhões	R\$ 16.4514 milhões	R\$ 1.3283 bilhões

Os resultados mostram que a política determinística possui os menores custos imediatos de operação, além da menor soma de custos imediatos e futuros. Isto era um resultado esperado, uma vez que se assume a perfeita informação, como discutido na seção 4.2. Considerando apenas os custos da política, portanto, a política determinística (a) é a mais econômica, seguida pela política determinística com a inclusão da reserva operativa (b) e da política calculada com regras lineares. No entanto, ao considerar os custos esperados de redespacho obtidos para cada uma das políticas, os resultados são outros: os custos de redespacho da política “a” são os maiores, seguidos do caso “b” e do caso “c”, que agora obteve os melhores resultados. As razões para tanto são intuitivas:

- i. O caso “b” possui um requerimento de reserva, o que o faz despachar mais unidades termoeletricas se comparado ao caso “a”. Isto, por sua vez, leva a uma menor necessidade de redespacho quando a política operativa é estressada para cenários fora da amostra;
- ii. O caso “c”, por construir sua política operativa sob incerteza, é naturalmente mais conservador que o caso “a”: efetivamente despachando mais unidades termoeletricas de modo antecipado. Isto, novamente, reduz os custos de redespacho quando a política operativa é testada para diferentes simulações.

Também é interessante observar a vantagem da cootimização dos montantes de reserva e operação, caso “c”, com relação à utilização de um critério calculado *a priori*, caso “b”: mesmo com custo futuro superior que aquele do caso “b”, o caso “c” possui menores custos imediatos e de redespacho, o que o torna a opção com menor custo esperado. Em termos percentuais, a economia do custo de redespacho do planejamento com regras lineares (R\$ 4.5118 milhões) é equivalente a 22% do custo de redespacho do caso determinístico. Se comparada aos custos totais do caso “a”, esta economia equivale a 0.34%. Já a economia de redespacho do caso determinístico com reserva (R\$ 0.3297 milhões) é equivalente a 2% do custo de redespacho do caso determinístico.

## 5.0 CONCLUSÃO

Foi apresentada uma formulação para o problema de *unit-commitment* estocástico utilizando regras lineares de decisão. A aplicação das regras lineares é oportuna por tornar o problema estocástico tratável do ponto de vista computacional, enquanto mantém a não-antecipatividade. O contraponto é que a solução obtida, por construção, é subótima com respeito àquela que seria obtida solucionando o problema estocástico original.

Este trabalho propôs uma formulação alternativa utilizando as regras lineares de decisão: no primeiro estágio, o problema de *unit-commitment* é resolvido de modo determinístico para um cenário de demanda líquida adotado como referência, cujos resultados são empregados para construir as regras lineares que serão utilizadas no segundo estágio. As decisões de *unit-commitment* e intercâmbios são utilizadas como variáveis de primeiro estágio, decididas para o cenário de referência e caracterizam a política operativa. As regras lineares foram aplicadas à vazão turbinada das hidroelétricas e geração das termoeletricas.

No estudo de caso, a política operativa com regras lineares apresentou desempenho superior em comparação com os casos determinísticos. A consideração da incerteza resulta em um despacho com menor custo esperado.

## 6.0 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, v. 4, n. 1, p. 238–252, dez. 1962.
- (2) BERTSEKAS, D. P. The Method of Multipliers for Equality Constrained Problems. In: *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*. [s.l.] Elsevier, 1982. p. 95–157.
- (3) BIRGE, J. R.; LOUVEAUX, F. Introduction and Examples. In: *Introduction to Stochastic Programming*. [s.l.] Springer New York, 2011. p. 3–54.
- (4) BODUR, M.; LUEDTKE, J. R. Two-stage linear decision rules for multi-stage stochastic programming. *Mathematical Programming*, 15 out. 2018.
- (5) CHEN, X. et al. A Linear Decision-Based Approximation Approach to Stochastic Programming. *Operations Research*, v. 56, n. 2, p. 344–357, abr. 2008.
- (6) CHEN, X.; ZHANG, Y. Uncertain Linear Programs: Extended Affinely Adjustable Robust Counterparts. *Operations Research*, v. 57, n. 6, p. 1469–1482, dez. 2009.
- (7) DAI, H.; ZHANG, N.; SU, W. A Literature Review of Stochastic Programming and Unit Commitment. *Journal of Power and Energy Engineering*, v. 03, n. 04, p. 206–214, 2015.
- (8) EGGING, R. et al. Linear Decision Rules for Hydropower Scheduling Under Uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 32, n. 1, p. 103–113, jan. 2017.
- (9) GARSTKA, S. J.; WETS, R. J.-B. On decision rules in stochastic programming. *Mathematical Programming*, v. 7, n. 1, p. 117–143, dez. 1974.
- (10) GEORGHIOU, A.; WIESEMANN, W.; KUHN, D. Generalized decision rule approximations for stochastic programming via liftings. *Mathematical Programming*, v. 152, n. 1–2, p. 301–338, 25 maio 2014.
- (11) PAPAVASILIOU, A.; OREN, S. S.; O'NEILL, R. P. Reserve Requirements for Wind Power Integration: A Scenario-Based Stochastic Programming Framework. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 26, n. 4, p. 2197–2206, nov. 2011.
- (12) PEREIRA FREIRE MACHADO, G. A scenario approach for chance-constrained short-term scheduling with affine rules. *Faculdades Catolicas*, 2021. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.17771/PUCRio.acad.54171>>
- (13) PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, v. 52, n. 1–3, p. 359–375, maio 1991.
- (14) SHAPIRO, A.; NEMIROVSKI, A. On Complexity of Stochastic Programming Problems. In: *Continuous Optimization*. [s.l.] Springer-Verlag, 2005. p. 111–146.
- (15) SOARES, A.; PEREZ, R.; MORAIS, W.; BINATO, S. Addressing the time-varying dynamic probabilistic reserve sizing method on generation and transmission investment planning decisions. *arXiv preprint arXiv:1910.00454*, 2019.
- (16) TAHANAN, M. et al. Large-scale Unit Commitment under uncertainty. *4OR*, v. 13, n. 2, p. 115–171, 31 jan. 2015.
- (17) VAN ACKOOIJ, W. et al. Large-scale unit commitment under uncertainty: an updated literature survey. *Annals of Operations Research*, v. 271, n. 1, p. 11–85, 20 set. 2018.
- (18) WARRINGTON, J. et al. Optimal unit commitment accounting for robust affine reserve policies. 2014 American Control Conference. *Anais...* In: 2014 AMERICAN CONTROL CONFERENCE - ACC 2014. IEEE, jun. 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/ACC.2014.6858800>>
- (19) WARRINGTON, J. et al. Policy-Based Reserves for Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 4, p. 4427–4437, nov. 2013.
- (20) WARRINGTON, J. et al. Robust reserve operation in power systems using affine policies. 2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC). *Anais...* In: 2012 IEEE 51ST ANNUAL CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL (CDC). IEEE, dez. 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/CDC.2012.6425913>>

## DADOS BIOGRÁFICOS



Guilherme Machado é engenheiro eletricitista, formado pela UFRJ e pela École Supérieure d'Électricité e mestre em Métodos de Apoio à Decisão pela PUC-Rio. Possui experiência no desenvolvimento de modelos de otimização e simulação aplicados ao setor elétrico, como modelos de planejamento da operação (SDDP) e modelos de simulação de desenho de mercado. Recentemente, tem trabalhado com Business Intelligence aplicado ao setor elétrico.

(2) RODRIGO DE MELLO NOVAES  
Graduou-se em Engenharia Elétrica com ênfase em Sistemas de Potência pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), onde foi bolsista em projetos de P&D relacionados a modelos de despacho hidrotérmico e planejamento energético. Ingressou na PSR em abril de 2018, na área de Estudos Energéticos voltados para o mercado brasileiro, onde trabalhou com projeções de preço, GSF, balanço energético, preços horários. Em 2020 passou a integrar a área de Análise de Investimentos, atuando na quantificação financeira de riscos do setor elétrico e otimização de portfólios. Seu trabalho também envolve elementos de regulação e desenhos de mercado de energia.

(3) JOAQUIM MASSET LACOMBE DIAS GARCIA  
Joaquim Dias Garcia ingressou na PSR em 2015. Ele divide seu tempo entre: pesquisa e desenvolvimento de metodologias avançadas em otimização estocástica, modelos de equilíbrio / binível e técnicas de reinforcement learning para aplicações de grande porte em mercados de energia; desenvolvimento de novos sistemas computacionais; e contribuições para o ecossistema JuMP na linguagem Julia. Ele tem graduação em engenharia elétrica e em matemática pela PUC-Rio, Brasil. Também cursou um ano na UC Santa Barbara, onde trabalhou com sistemas dinâmicos e controle. Atualmente, está terminando a tese de doutorado em engenharia elétrica com ênfase em pesquisa operacional, também na PUC-Rio.

(4) MARIO VEIGA FERRAZ PEREIRA  
Mario Veiga é fundador da PSR. Foi dos principais conselheiros governamentais na crise energética de 2001 e na formulação dos leilões de contratação de energia. Desenvolveu algoritmos que são referência mundial, como a programação dinâmica dual estocástica (SDDP). É Fellow do IEEE; membro eleito da US National Academy of Engineering, da Academia Brasileira de Ciências e da Academia Nacional de Engenharia; recebeu a Medalha Presidencial do Rio Branco por sua contribuição ao setor elétrico brasileiro; a Medalha Nacional de Mérito Científico e o Prêmio Franz Edelman Management Science Achievement. É autor de cinco livros e 250 artigos em periódicos internacionais.

(5) GERSON COUTO DE OLIVEIRA  
Formado Eng. Eletricitista PUC/RJ em 1974. Mestre em Eng. Computação e Sistemas, na COPPE/UFRJ em 1974, e doutor Eng. Computação e Sistemas na COPPE/UFRJ em 1987. Professor licenciado do depto. Eng. Elétrica na PUC/RJ. Trabalhou na gerência de Pesquisa Operacional da TELERJ em 1974-1977, no Depto Sistemas do CEPEL em 1977-1998, no Depto Eng. Elétrica da PUC/RJ em 2000-2001. Desde 1999 trabalha na PSR Soluções e Consultoria em Energia.

(6) BERNARDO VIEIRA BEZERRA  
Possui graduação em Engenharia Elétrica e Industrial, mestrado e doutorado em Engenharia Elétrica. Ingressou na PSR em 2004, onde foi Diretor Técnico e liderou projetos nas seguintes áreas: estudos integrados de planejamento de eletricidade e gás; leilões de energia; gerenciamento de riscos; avaliação regulatória e apoio aos investidores. Foi consultor de instituições multilaterais, com experiência em mais de vinte países. Atualmente é Diretor de Produtos, Inovação e Regulação na Omega Energia e membro da IEEE Power Engineering Society. É autor e co-autor de 2 capítulos em livros e mais de 40 artigos publicados em periódicos e conferências locais/internacionais.

(7) ÁLVARO DE LIMA VEIGA FILHO  
Prof. Álvaro VEIGA is an electrical engineer with PhD Degree from Telecom ParisTech (Paris, France). He is currently an Associate Professor at the Department of Electrical Engineering at PUC-Rio (Brazil). His research interests include statistical/data modeling, stochastic optimization, machine learning, quantitative finance, and risk management. He has been actively working on consulting projects in statistical modeling, data analysis, and quantitative risk analysis for public and private companies in sectors like energy, telecommunication, insurance/pension, and marketing.

