



GRUPO DE ESTUDO DE COMERCIALIZAÇÃO, ECONOMIA E REGULAÇÃO DO MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA - GCR

FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA MODELAGEM E PREVISÃO PROBABILÍSTICA DE CURVAS FORWARD DE ELETRICIDADE

MARINA DIETZE MONTEIRO(1); ALEXANDRE STREET DE AGUIAR(1); IAGO SICHINEL SILVA MARTINS CHÁVARRY(1); ANA CAROLINA BARBOSA FREIRE(2); CRISTIANO AUGUSTO COELHO FERNANDES(1); DAVI M VALLADAO(1); GUILHERME MEIRELLES BODIN DE MORAES PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO(1); LAMPS CONSULTORIA E DESENVOLVIMENTO LTDA(2)

RESUMO

Nesse artigo, apresentamos uma ferramenta computacional em um projeto de P&D ANEEL que permite a construção e previsão probabilística de curvas forward de eletricidade. A partir de um modelo semi-paramétrico, estimamos preços de contratos de duração diária, denominados contratos elementares, cujo portfólio constitui o período de entrega dos contratos observados no mercado. Tal framework, em conjunto com técnicas de redução de dimensionalidade e séries temporais, permite que calculemos o preço de contratos de diferentes maturidades para o histórico de contratos forward que, no contexto do mercado de eletricidade Brasileiro, pode apresentar ausência de dados, e datas de transações futuras.

PALAVRAS-CHAVE

Preços forward de eletricidade, Previsão probabilística, Suavização, Modelo estrutural, Dados ausentes

1.0 INTRODUÇÃO

As curvas forward de eletricidade desempenham papel crucial no desenvolvimento de qualquer mercado de eletricidade. Todo o processo de *clearing* de contratos futuros, avaliações de risco baseados em “*marcação à mercado*”, processos de chamada de margem que sustentam níveis de risco controlados para a existência de contrapartes centrais garantidoras (bolsas) e todas as melhores práticas envolvendo mercados de contratos de eletricidade dependem de uma correta e precisa estimação da curva forward.

Não obstante, a eletricidade é uma commodity peculiar, com preços spot sazonais e voláteis devido à, principalmente, elevados níveis de incerteza na geração, demanda inelástica e restrições físicas da rede. Adicionalmente, a competitividade introduzida pelo processo de desregulamentação dos setores de eletricidade e o alto custo de capital das unidades geradoras acarretam significativos riscos financeiros aos que investem em tais condições. Dessa forma, é de extrema importância a presença de derivativos nos mercados de eletricidade para permitir que os agentes se protejam contra a variabilidade e incerteza nos preços de curto prazo.

Os contratos forward de eletricidade possuem diferenças determinantes quando comparados aos de outras commodities. A eletricidade é uma “commodity de fluxo”, já que seu fornecimento ocorre, continuamente, durante um intervalo de tempo (por exemplo, uma semana, mês, trimestre, semestre e ano), ao invés de em uma data pontual futura. Por esse motivo, esses contratos são frequentemente denominados swaps. Ademais, a transportabilidade e armazenamento da eletricidade são limitadas e sujeitas ao volume de reservatórios e capacidades de baterias e restrições da rede, respectivamente. Logo, a eletricidade não pode ser facilmente carregada ao longo do tempo e espaço, como outras commodities. Tais características implicam em uma curva forward particular, onde existe sobreposição entre contratos com diferentes durações e sazonalidade e sugerem que técnicas tradicionais utilizadas para a modelagem do preço forward de outras commodities não são diretamente aplicáveis ao contexto dos mercados de eletricidade. Nessa perspectiva, as duas principais metodologias que visam adaptar tais modelos à energia elétrica são denominadas *spot modeling* e *forward modeling*.

A metodologia *spot modeling* define uma expressão analítica para a dinâmica dos preços spot e uma solução para os preços forward é obtida a partir de relações de não-arbitragem. O framework mais representativo dessa linha de estudo é o modelo *Schwartz-Smith* [1], originalmente concebido para precificação de contratos forward de commodities com entrega pontual em uma data futura. Em [2], sua estrutura foi adaptada para incorporar

sazonalidade ao longo dos meses e semana, enquanto em [3], os autores propuseram um método capaz de capturar os preços spot extremos observados no mercado de eletricidade. Em contraste, modelos no escopo do *forward-modeling* descrevem a dinâmica estocástica da curva forward diretamente e, normalmente, são derivados do framework Heath-Jarrow-Morton (HJM), originário nos mercados de renda fixa. O HJM é construído a partir da premissa de preços forward instantâneos, o que acarreta a não trivialidade de sua aplicação aos contratos de eletricidade. A fundamentação teórica para a modelagem de swaps a partir do HJM é desenvolvida em [4], onde os autores argumentam que essa tarefa implica em modelos intratáveis. Portanto, nesses casos, é necessário primeiramente endereçar a existência dos períodos de entrega e da estrutura com sobreposição das curvas forward de eletricidade.

Um diferente conjunto de metodologias que lida com as dificuldades mencionadas anteriormente são os métodos de interpolação da curva forward. Essas ferramentas estimam curvas que reproduzem a dinâmica geral dos preços forward e que são compostas pelo que chamamos, no escopo deste estudo, de contratos ou preços elementares. Eles representam a menor unidade de um swap de eletricidade (por exemplo, uma hora ou dia) e um portfólio composto por tais unidades recuperam os preços dos contratos forward negociados no mercado. A curva forward composta por preços elementares é similar a presente nos mercados de renda fixa e de outras commodities, já que não há mais sobreposição. Portanto, embora auxiliem no uso do framework HJM, os modelos de interpolação podem ser aplicados em variados contextos, como o deste estudo, e são muito versáteis e importantes na representação das curvas forward.

A maior parte da literatura referente aos modelos de interpolação são baseados no critério de máxima suavização, originado em [5]. Em [6], preços forward negociados no mercado são utilizados em conjunto com previsões de um modelo *bottom-up*, responsável pela representação da sazonalidade observada nos mercados de energia elétrica. Um problema de otimização quadrática e bi-objetivo é definido, onde a combinação dos erros quadráticos entre os preços elementares (a serem estimados) e as previsões do *bottom-up* e a curvatura total da curva forward são minimizados. Os preços otimizados são restritos ao intervalo delimitado pelos preços de compra e oferta observados no mercado. Em [4], os autores descrevem os contratos elementares como a soma de uma função de sazonalidade e um termo residual. Diferentemente de [6], o critério de máxima suavização é aplicado aos resíduos, ao invés de diretamente nos preços elementares, de forma a reter melhor os padrões sazonais. Splines de ordem quatro parametrizam os resíduos e funções trigonométricas e modelos *bottom-up* foram testados para a representação da sazonalidade. Dois modelos de otimização foram formulados, diferindo apenas na restrição que associa os preços estimados aos observados: o primeiro é análogo ao desenvolvido em [6], onde preços são limitados entre os níveis de compra e oferta; o segundo, iguala os preços otimizados com os preços de fechamento observados. Ambos os estudos [4] e [6] são comumente aplicados ou utilizados como comparação em diversos trabalhos.

Ao melhor que sabemos, nenhum dos estudos anteriores endereçou sistematicamente as sobreposições existentes na curva forward de eletricidade. Mais especificamente, estimar os modelos de interpolação destacados considerando a interseção entre os períodos de entrega pode acarretar soluções inviáveis. Portanto, para contornar esse problema, os autores, geralmente, desconsideram essa estrutura simplesmente quebrando o período de entrega com sobreposição em subperíodos. Isso significa dizer que nenhuma relação de não-arbitragem entre os contratos é considerada.

Adicionalmente, embora a maioria dos trabalhos assumam uma função de sazonalidade, eles não possuem um framework suficientemente genérico, capaz de capturar as relações entre preços forward de energia elétrica com outras variáveis como o preço spot, custo de combustível, nível dos reservatórios, entre outros. A possibilidade de considerar outros fatores na dinâmica do preço forward é de extrema importância para melhor representação da curva.

Finalmente, a previsão e a simulação da curva forward não é endereçada na literatura. Essa tarefa permitiria aos agentes terem uma referência dos preços forward de diferentes maturidades em datas de negociação futuras, auxiliando no processo decisório. Seria possível, por exemplo, indicar as vantagens de se vender um contrato antes de atingir sua maturidade, caso seja observado que o preço de venda em uma data futura estará maior que o de compra. Além disso, uma previsão probabilística auxiliaria ao agente compreender os riscos associados a tais operações.

1.1 Objetivos e Contribuições

Diante do contexto apresentado, foi desenvolvido, no âmbito do projeto ANEEL PD-07625-0219/2019 entre a Eneva e o LAMPS-PUC-Rio, uma ferramenta computacional que permite a construção e a previsão probabilística de curvas

forward de eletricidade. A partir do tratamento das particularidades metodológicas destacadas anteriormente, e que serão mais profundamente apresentadas a seguir neste documento, a tecnologia construída neste trabalho permite: (i) realizar a estimação atual e a previsão probabilística da curva forward; (ii) reconstruir observações faltantes na base de dados a partir de relações de não-arbitragem e critérios de suavização; (iii) que qualquer variável explicativa seja considerada na dinâmica temporal da curva forward, além da especificação da sazonalidade; (iv) realizar análises estatísticas que auxiliam no processo decisório da comercializadora.

Os resultados dessa ferramenta podem ser utilizados por comercializadoras para precificar seus portfólios e para calcular suas estratégias de compra e venda com base em distribuições de probabilidade conjunta de todos os preços futuros. Além disso, blocos de contratos, bem como bolsas de energia com contraparte central podem utilizar a estimação da curva atual e o módulo de reconstrução de histórico para calcular requisitos de margem, controlar exposição ao risco e avaliar ativos com baixa ou nenhuma. Assim, salientamos que diversas aplicações podem decorrer dos múltiplos usos apresentados nos pontos (i) a (iv) acima. Contudo, os exemplos anteriores não esgotam todas as aplicações da metodologia proposta.

1.0 METODOLOGIA DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL

A metodologia implementada na ferramenta computacional é composta por três etapas sequenciais [12]. Primeiro, a partir de um modelo estrutural semi-paramétrico, estimam-se os contratos elementares, que no nosso estudo são grandezas não observáveis, e seus resíduos correspondentes. Em seguida, aplicamos a Análise de Componentes Principais (PCA) sobre o conjunto de resíduos com o objetivo de reduzir sua dimensionalidade em K séries independentes. E, finalmente, para cada uma das K componentes extraídas, estimamos um framework de séries temporais que combina um processo de seleção de variáveis via *elastic-net*, e os modelos AR e GARCH. Cada uma das etapas é apresentada de forma aprofundada a seguir.

2.1 Modelo Estrutural Semi-Paramétrico

Em um mercado de eletricidade competitivo, sem oportunidades de arbitragem, um swap pode ser entendido como um portfólio de contratos com períodos de entrega mais curtos, resultantes da quebra do período de entrega original em períodos elementares, nesse trabalho assumiremos um dia. Nesse contexto, os preços dos contratos elementares, doravante denominados de preços elementares, estão associados a contratos forward sem sobreposição, capazes de recuperar todos os swaps negociados. Porém, em mercados imperfeitos, o nível de arbitragem pode ser medido a partir do valor presente de uma estratégia de operação onde o agente compra um swap i e vende um portfólio de contratos elementares que atendem ao mesmo período de entrega. Matematicamente, definimos o valor presente da arbitragem como:

$$\Delta_{t,i} = \sum_{j=\tau_i-t}^{T_i-t} \frac{F_{t,i} - f_{t,j}}{(1+r)^j}, \quad \forall t \in T, i \in N_t, \quad (1)$$

onde τ_i e T_i são as datas de início e fim, respectivamente, do período de entrega do swap i ; $F_{t,i}$ é o preço do swap i no dia de transação t ; $f_{t,j}$ é o preço do contrato elementar com duração de um dia na data (dia) de transação t e com maturidade (dias até a entrega) j ; e r , a taxa de desconto.

Cabe destacar que, na Equação (1), os preços $F_{t,i}$ são observados no mercado, enquanto os contratos elementares, $f_{t,j}$, são grandezas não observáveis a serem estimadas. Rearranjando os termos da expressão (1), podemos escrever os preços $F_{t,i}$ em função dos contratos elementares e dos níveis de arbitragem:

$$F_{t,i} = \sum_{j=\tau_i-t}^{T_i-t} f_{t,j} \frac{(1+r)^{-j}}{J_{t,i}} + \zeta_{t,i}, \quad \forall t \in T, i \in N_t, \quad (2)$$

onde $J_{t,i} = \sum_{j=\tau_i-t}^{T_i-t} (1+r)^{-j}$ e $\zeta_{t,i} = \frac{\Delta_{t,i}}{J_{t,i}}$ são os níveis de arbitragem do contrato i na data de transação t . A Equação (2) destaca como os swaps são a soma entre um portfólio de contratos elementares que cobrem o mesmo período de entrega e os níveis de arbitragem. É fácil notar a ausência de arbitragem ($\zeta_{t,i} = 0$) quando não há sobreposição entre contratos, já que cada $F_{t,i}$ pode ser escrito como uma combinação linear de diferentes conjuntos de contratos elementares. Na literatura referente aos modelos de interpolação de curvas forward, dependências dessa natureza, onde as relações de arbitragem são consideradas explicitamente sem o tratamento prévio dos períodos sobrepostos, não são utilizadas.

Para terminarmos a definição da estrutura do modelo proposto, estabelecemos a dinâmica das variáveis não observáveis como apresentada na equação a seguir:

$$f_{t,j} = \mathbf{x}_{t,j}^T \boldsymbol{\beta} + \varepsilon(t,j) \quad \forall t \in T, j \in J, \quad (3)$$

A Equação (3) define como os preços elementares para diferentes maturidades evoluem no tempo. O termo do resíduo, $\varepsilon(t,j)$, é indexado no tempo e na maturidade e não representam os usuais erros descorrelatados de modelos em espaço de estados, já que ainda pode haver uma estrutura remanescente. Neste estudo, não assumimos nenhuma forma paramétrica para os resíduos; em vez disso, assumimos que a função ε pertence a um conjunto de funções suaves. Além dos resíduos, uma grande variedade de estruturas pode ser inserida no vetor $\mathbf{x}_{t,j}^T$: efeitos de calendário, como o impacto de dias úteis e não-úteis nos preços; sazonalidade via variáveis dummies ou funções trigonométricas; tendências e variáveis explicativas. O vetor $\boldsymbol{\beta}$ define os coeficientes a serem estimados.

Assim, o equacionamento (2)-(3) caracteriza o modelo estrutural semi-paramétrico que embasa toda a metodologia desenvolvida para a ferramenta computacional. Para lidar com sua estimação, adotamos um procedimento hierárquico (para uma apresentação mais profunda do procedimento, ver [12]). Primeiramente, endereçamos a arbitragem entre os contratos. Em um mercado competitivo, esperamos que as oportunidades de arbitragem sejam mínimas e, portanto, caso o agente possua a informação sobre os preços de três contratos mensais, por exemplo, o contrato trimestral que cobre o mesmo período de entrega terá um preço embasado pela relação de não-arbitragem. Metodologicamente, traduzimos tal racional em um modelo de otimização que minimiza, iterativamente, a norma infinita de $\zeta_{t,i}$ para cada dia de transação t . Com os valores de arbitragem mínimos definidos, conseguimos calcular os preços sem arbitragem como $Y_{t,i} = F_{t,i} - \zeta_{t,i}$, onde, por analogia, $Y_{t,i}$ é o primeiro termo da soma presente na Equação (2).

Em seguida, estimamos a parcela paramétrica do modelo. Substituindo a expressão (3) no equacionamento dos preços sem arbitragem, encontramos a forma reduzida da representação em espaço de estados como: $Y_{t,i} = \mathbf{X}_{t,i} \boldsymbol{\beta} + \eta_{t,i}$, onde $\mathbf{X}_{t,i} = \sum_{j=\tau_i-t}^{\tau_i-t} \mathbf{x}_{t,j}^T \frac{(1+r)^{-j}}{J_{t,i}}$. O cálculo do vetor de coeficientes $\boldsymbol{\beta}$ está diretamente relacionando ao termo de erro $\eta_{t,i}$. Logo, $\boldsymbol{\beta}$ é estimado a partir do método de mínimos quadrados ordinários. É nesse estágio em que os temos de sazonalidade e a dependência de variáveis explicativas são obtidos.

Finalmente, fixado o vetor de coeficientes $\boldsymbol{\beta}$, estima-se a parcela não-paramétrica do modelo. Nessa etapa, os resíduos $\varepsilon_{t,j}$ são calculados a partir do critério de máxima suavização em ambas as dimensões do tempo e maturidade. Seguindo [4], a suavização é aplicada aos resíduos para preservar a estrutura imposta nos contratos elementares. Adicionalmente à consideração explícita da relação de arbitragem entre os contratos com sobreposição entre os períodos de entrega, aplicar o critério de máxima suavização na dimensão do tempo t é essencial na recuperação de dados ausentes, sobretudo de swaps com maturidades mais distantes. Nos modelos de interpolação disponíveis na literatura, a suavização é garantida apenas ao longo das maturidades, o que não é suficiente quando há ausência de observações.

Como resultado da estimação do modelo estrutural semi-paramétrico, obtemos um conjunto de contratos elementares, $f_{t,j}$, e seus resíduos correspondentes, $\varepsilon_{t,j}$. É importante destacar que as bases de dados resultantes têm dimensão consideravelmente superior à dos preços de swaps, $F_{t,i}$. Ademais, o processo de estimação garante que consigamos calcular os preços elementares para qualquer maturidade, já que, estimado o vetor $\boldsymbol{\beta}$, conseguimos obter o resíduo para qualquer maturidade a partir do critério de suavização. Esse fato traz uma grande flexibilidade ao framework desenvolvido, pois permite que calculemos o preço, sem arbitragem, até de swaps que não foram negociados no mercado a partir da equação (2).

2.2 Redução de Dimensionalidade

Para atingirmos o principal objetivo da ferramenta, que é a previsão e simulação da curva forward em datas de transação futuras, bastaria, essencialmente, estimar um modelo de séries temporais para os preços elementares ou os resíduos de cada maturidade e utilizar a função de previsão associada para obter os valores futuros. Em seguida, como os swaps negociados no mercado podem ser escritos como uma combinação dos contratos elementares que cobrem o mesmo período de entrega, teríamos também a previsão e simulação dessas grandezas.

Porém, essa não é uma tarefa trivial. Como o número de maturidades é elevado, estimar modelos univariados para cada série de maturidade é inviável, e o uso de um multivariado poderia ser muito custoso. Portanto, essa etapa da metodologia é anterior à aplicação de modelos de séries temporais e visa reduzir a dimensionalidade da nova base de dados. Como método, escolhemos a Análise de Componentes Principais (PCA) aplicada ao conjunto de resíduos $\varepsilon_{t,j}$. A técnica de PCA decompõe os dados de interesse em duas grandezas distintas: a primeira, denominada componentes, são séries indexadas no tempo t e independentes entre si; a segunda, as cargas fatoriais, são indexadas na maturidade j e representam os pesos de cada componente em $\varepsilon_{t,j}$. O número de componentes extraídas pode ser determinado a partir do percentual da variância total do conjunto de dados explicada. Matematicamente, o processo de redução de dimensionalidade pode ser equacionado como:

$$\varepsilon_{t,j} = \sum_{k=1}^K W_{k,j} c_{k,t} + k_{t,j} \quad \forall t \in T, j \in J, \quad (4)$$

onde $c_{k,t}$ é o valor da componente k extraída, para o instante de tempo t , $W_{k,j}$ é a carga fatorial da componente k para a maturidade j e $k_{t,j}$ é a parcela dos resíduos não explicada. A Equação (4) ilustra como cada resíduo $\varepsilon_{t,j}$ pode ser escrito como uma combinação linear das componentes extraídas via PCA, ponderadas pelas cargas fatoriais.

2.3 Previsão Probabilística

A última etapa da metodologia implementada consiste na aplicação de modelos de séries temporais diretamente nas componentes calculadas no estágio anterior. Como as componentes extraídas são independentes entre si, estimamos modelos univariados para cada uma delas.

Para capturar a dinâmica do nível da série, utilizamos um procedimento hierárquico em que relações entre as componentes e variáveis explicativas são obtidas, sendo seguidas pela dependência autoregressiva das séries. Optamos por essa divisão pois, ao estimarmos conjuntamente um modelo autoregressivo com variáveis exógenas, percebemos que o fator autoregressivo dominava a relação e o impacto das explicativas não era significativo. Portanto, primeiramente, estimamos uma regressão linear com regularização via *elastic net*, onde as penalizações L1 e L2 são combinadas. Aqui, nosso modelo possui flexibilidade suficiente para receber qualquer conjunto de explicativas, e a regularização irá auxiliar na determinação de seus coeficientes de forma que não haja *overfit*. Em seguida, os resíduos dessa regressão são modelados a partir de um modelo autoregressivo de ordem 1 (AR(1)), com o tratamento de possíveis outliers via variáveis *dummies*. As equações (5) e (6) definem cada uma das etapas mencionadas:

$$c_{t,k} = X_{t,k}^T \alpha_k + \xi_{t,k}, \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\xi_{t,k} = \phi_k \xi_{t-1,k} + \sum_{j=1}^n \theta_{j,k} D_t + \psi_{t,k}, \quad \forall k \in K \quad (6)$$

onde $X_{t,k}^T$ é o vetor de variáveis explicativas no instante t , associadas a componente k ; α_k é o vetor coeficientes correspondente; $\xi_{t,k}$ são os resíduos resultantes da regressão com regularização; ϕ_k é o coeficiente do termo autoregressivo da componente k ; D_t e $\theta_{j,k}$ são variáveis *dummies* que assumem valor 1 nos instantes em que há outliers e seus respectivos coeficientes; $\psi_{t,k}$ os resíduos do modelo AR(1).

Ao verificarmos se ainda existia alguma estrutura remanescente nos resíduos $\psi_{t,k}$, observamos constantemente a presença de clusters de volatilidade. Logo, visando capturar a dinâmica da variância ao longo do tempo, estimamos um modelo GARCH(1,1) nos resíduos $\psi_{t,k}$ e constatamos que foi suficiente para representar o comportamento identificado. Assim, a partir dos modelos de séries temporais utilizados, podemos prever diferentes cenários para as componentes e recuperar, sequencialmente, cenários para os contratos elementares e os swaps de interesse. A Figura 1 esquematiza a metodologia desenvolvida para a ferramenta computacional apresentada neste capítulo.

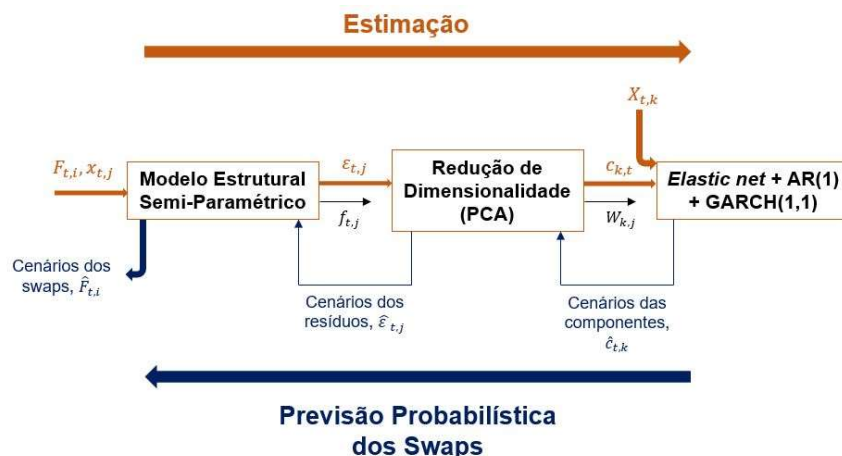


Figura 1 – METODOLOGIA PARA PREVISÃO DE CONTRATOS FORWARD DE ELETRICIDADE
2.0 ESTUDOS DE CASO

Neste capítulo, apresentaremos os resultados de um estudo de caso com o objetivo de destacar algumas das principais funções da ferramenta computacional desenvolvida. Neste estudo, consideramos como janela de estimação o período entre 1º de junho de 2018 e 1º de junho de 2020 e realizamos uma previsão probabilística até o dia 1º de julho de 2020. Na base de dados de contratos forward, haviam swaps de duração mensal e maturidade de 1 até 6 meses à frente (M+1, M+2, M+3, M+4, M+5 e M+6), trimestral, com entrega no próximo, 2, 3 ou 4 trimestres à frente (T+1, T+2, T+3, T+4), semestral com maturidade no próximo ou segundo semestre à frente (S+1 e S+2) e anual, para entrega no ano seguinte (A+1). Como estrutura nos contratos elementares, utilizamos uma sazonalidade anual via funções trigonométricas e, como variável explicativa na etapa de previsão probabilística, o PLD corrente. É importante enfatizar que ao inserirmos uma variável exógena no modelo de previsão, também é necessário que informemos a previsão da mesma. Portanto, é crucial que se tenha uma boa previsão para essa variável. Além disso, caso exista forte incerteza a respeito dessa explicativa, é importante considerar os possíveis cenários para a mesma (simulação de Monte Carlo). No nosso estudo, para evitar introduzir a arbitrariedade de como prever ou simular o PLD no estudo de caso, mostramos os resultados com os valores realizados do PLD dentro do horizonte de previsão da curva (1 mês à frente – junho de 2020). Nesse sentido, estamos expurgando o efeito da incerteza do PLD nesse horizonte.

A Figura 2 apresenta a previsão probabilística da série de contratos para entrega em julho de 2020. A curva em azul representa os preços observados, presentes na base de dados, os intervalos em cinza são os intervalos de 50%, 90% e 95% dos cenários simulados e a reta em verde, a média. A reta em vermelho pode ser movida verticalmente pelo usuário para selecionar um nível de preço qualquer. Então, em conjunto com o gráfico em vermelho, na parte inferior, reportamos qual é a probabilidade, para cada data prevista, do preço ser maior que o selecionado. Essa informação pode ser muito interessante ao tomador de decisão, já que ele pode desejar, por exemplo, saber em qual data há maior probabilidade de o preço exceder o de compra do contrato, para poder vendê-lo e obter um lucro maior com a diferença de preços.

Como mencionado no capítulo anterior, nosso arcabouço também é capaz de preencher dados ausentes. Se observarmos novamente o esquema da Figura 1, podemos notar que existem duas aproximações para os contratos elementares ($f_{t,j}$) e, consequentemente, para os swaps ($F_{t,i}$). A primeira é oriunda diretamente do modelo estrutural semi-paramétrico; a segunda é resultado da etapa de redução de dimensionalidade. Como o PCA calcula uma aproximação para os resíduos $\varepsilon_{t,j}$, ao aplicá-la na Equação (3) também obteremos valores aproximados dos preços elementares. Para exemplificarmos essa funcionalidade, a Figura 3 apresenta, na região superior, o preenchimento de dados via PCA e, no inferior, o resultante do modelo estrutural semi-paramétrico para a série de contratos M+3.

Na primeira, a curva em cinza, próxima aos valores observados, mostra os preços dos swaps calculados a partir do PCA. Podemos perceber como a aproximação é capaz de preencher os dados ausentes, com os erros de estimação sendo resultados, principalmente, da aproximação do PCA. Já na parte inferior, podemos constatar como o modelo estrutural semi-paramétrico consegue capturar, de forma praticamente exata, os preços dos swaps, além de também resultar em uma dinâmica consistente para os preços ausentes. Essa flexibilidade é resultado direto da consideração explícita das relações de não-arbitragem entre contratos com sobreposição entre os períodos de entrega e da suavização dos resíduos na dimensão do tempo.

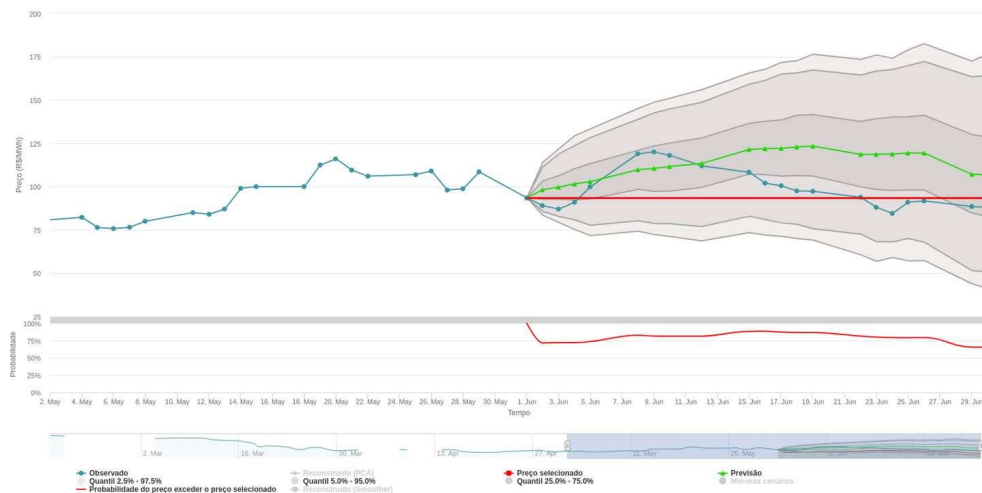


Figura 2 – PREVISÃO PROBABILÍSTICA DOS CONTRATOS COM ENTREGA EM JULHO DE 2020

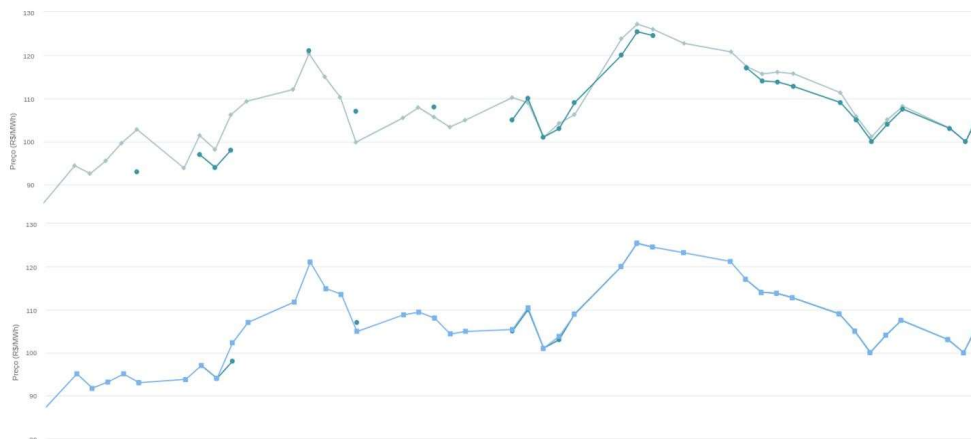


Figura 3 – PREENCHIMENTO DE DADOS AUSENTES DA SÉRIE DE CONTRATOS M+3 VIA PCA E MODELO ESTRUTURAL SEMI-PARAMÉTRICO

Além da visão da previsão probabilística para cada série de maturidades separadamente, a ferramenta também mostra a curva forward para os dias previstos. A Figura 4 mostra a curva forward prevista para o dia 2 de julho de 2020. Em cinza, tem-se a curva forward suavizada, ou seja, a composta pelos contratos elementares. Aqui, podemos constatar, visualmente, como a curva forward suavizada não apresenta sobreposição entre seus contratos, já que todos possuem duração diária. As barras horizontais reportam o preço de negociação dos contratos mensais, trimestrais, semestrais e anual de diferentes maturidades previstos para o mesmo dia. Ao lado direito, observamos uma das visões probabilísticas da curva forward, apenas com os contratos mensais e anual.

Para agregar informações que auxiliem no processo decisório da comercializadora, o tomador de decisão pode escolher um dos swaps, de qualquer dia de transação previsto, para analisar o histograma dos preços. Ademais, ele também pode escolher outro contrato que se deseje fazer uma comparação dos preços. Esse atributo é apresentado na Figura 5, onde ilustramos o histograma do preço de negociação do contrato mensal a ser entregue em julho de 2020, previsto para os dias de transação 2 de junho de 2020 (em azul) e 18 de junho de 2020 (em verde). No gráfico, destacamos a média, mediana e a densidade acumulada dos preços. Os pontos em vermelho identificam o último preço observado para o contrato sob análise. A partir da curva acumulada, identificamos que a probabilidade de o preço negociado para o swap ser inferior ao último observado é menor no dia 18 de junho de 2020 (curva verde). Adicionalmente, percebemos que a média dos preços no histograma em azul é inferior ao do verde e, como a curva acumulada do primeiro está deslocada à esquerda do segundo, a probabilidade de haver preços mais baixos no dia 2 de junho é maior. Essa informação pode ser extremamente útil ao agente, pois auxiliará na determinação de quando

é melhor comprar ou vender determinado produto, assim como indicar uma operação de compra e venda que tenha alta probabilidade de gerar lucros.

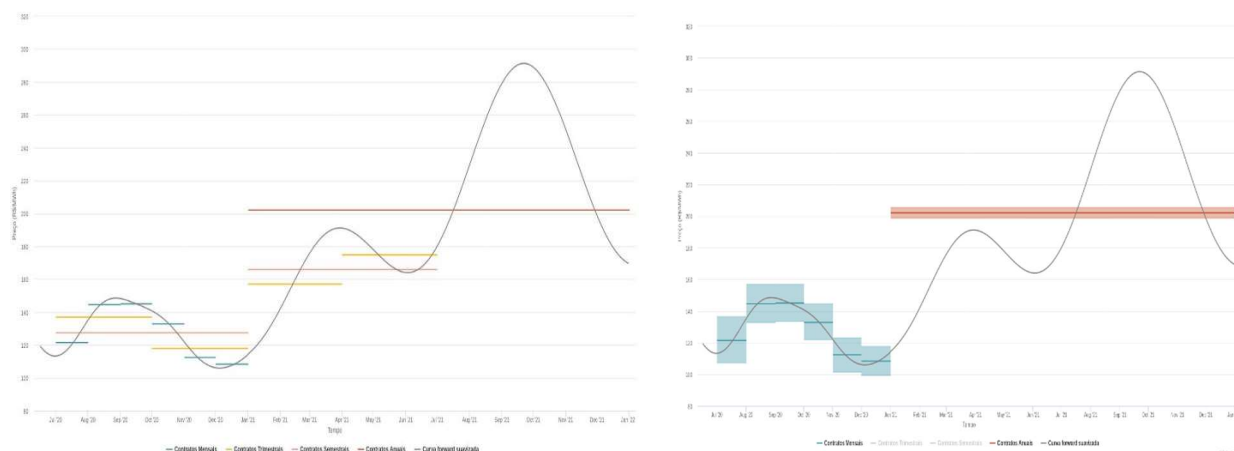


Figura 4 – CURVA FORWARD PROBABILÍSTICA PREVISTA PARA O DIA 2 DE JULHO DE 2020

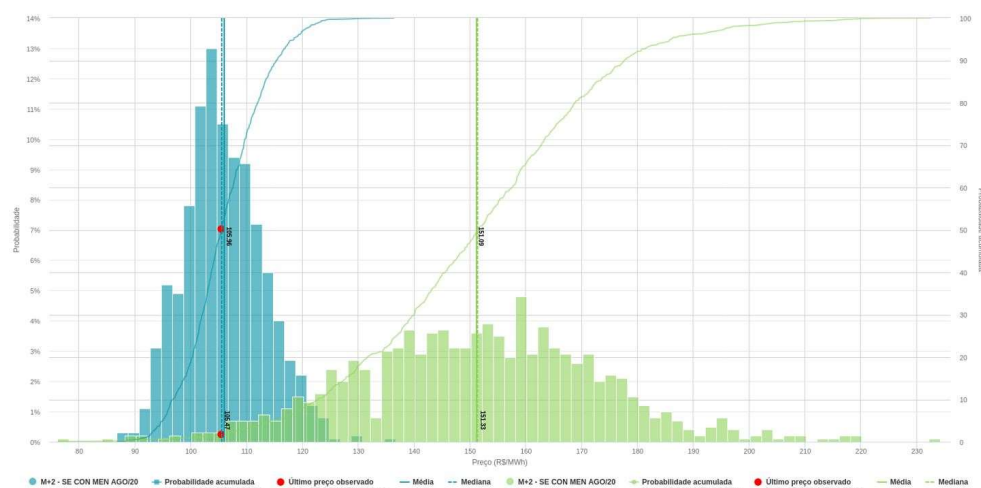


Figura 5 – HISTOGRAMA DO PREÇO DO CONTRATO PARA ENTREGA EM JULHO DE 2020 EM DOIS DIAS DE TRANSAÇÃO: 2 DE JUNHO (HISTOGRAMA AZUL) E 18 DE JUNHO (HISTOGRAMA VERDE)

3.0 CONCLUSÕES

A previsão probabilística da curva forward de eletricidade é um desafio não amplamente endereçada na literatura e um problema de extrema importância para todos os agentes que comercializam energia no mercado elétrico. Neste artigo, mostramos a metodologia desenvolvida para uma ferramenta computacional capaz de, principalmente, preencher dados ausentes e realizar a previsão probabilística de curvas forward. O arcabouço proposto consiste em três etapas principais. A primeira, é resultado da estimação de um modelo estrutural semi-paramétrico que obtém as menores peças que compõe o período de entrega de um swap de eletricidade, os denominados contratos elementares, e seus respectivos resíduos. Em seguida, reduzimos a dimensionalidade do conjunto de resíduos via PCA e, finalmente, estimamos um modelo de séries temporais nas componentes resultantes. Realizando os mesmos passos no sentido inverso, conseguimos recuperar cenários de preços para os contratos forward negociados no mercado. Ademais, tanto o modelo estrutural semi-paramétrico quanto o procedimento hierárquico proposto, são contribuições de extrema importância para a literatura de modelagem e previsão de curvas forward de eletricidade.

Os resultados dessa ferramenta podem ser utilizados por comercializadoras para precificar seus portfólios e para calcular suas estratégias de compra e venda com base em distribuições de probabilidade conjunta de todos os preços futuros. Além disso, balcões de contratos, bem como bolsas de energia com contraparte central podem utilizar a estimação da curva atual e o módulo de reconstrução de histórico para calcular requisitos de margem, controlar exposição ao risco e avaliar ativos com baixa ou nenhuma. Assim, salientamos que diversas aplicações podem

decorrer dos múltiplos usos apresentados nesse trabalho. Contudo, os exemplos anteriores não esgotam todas as aplicações da metodologia proposta.

4.0 AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente desenvolvido com o apoio da Eneva através do projeto de P&D ANEEL PD-07625-0219/2019. Os autores também reconhecem o apoio da FAPERJ, CAPES e CNPq.

5.0 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) SCHWARTZ, E., SMITH, J. E. Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices; *Management Science*, v. 46, n. 7, p. 893-911, 2000.
- (2) LUCIA, J. J., SCHWARTZ, E. S. Electricity prices and power derivatives: Evidence from the Nordic power exchange; *Review of Derivatives Research*, v. 5, n. 1, p. 5-50, 2002.
- (3) FIGUEROA, M. G., CARTEA, A. Pricing in electricity markets: A mean reverting jump diffusion model with seasonality; *Applied Mathematical Finance*, v. 12, n. 4, p. 313-335, 2005.
- (4) BENTH, F. E., BENTH, J. S., KOEKEBAKKER, S. Stochastic modelling of electricity and related markets; *World Scientific*, v. 11, 2008.
- (5) ADAMS, K. J., DEVENTER, D. R. V. Fitting yield curves and forward rate curves with maximum smoothness; *Journal of Fixed Income*, v. 4, n. 1, p. 52-62, 1994.
- (6) FLETEN, S-E., LEMMING, J. Constructing forward price curves in electricity markets; *Energy Economics*, v. 25, n.5, p. 409-424, 2003.
- (7) BENTH, F. E., PARASCHIV, F. A space-time random field model for electricity forward prices; *Journal of Banking and Finance*, v. 95, p. 203-216, 2018.
- (8) KIESEL, R., PARASCHIV, E., SAETHERO A. On the construction of hourly price forward curves for electricity prices; *Computational Management Science*, 2018.
- (9) PARASCHIV, F., FLETEN, S-E., SCHÜRLE, M. A spot-forward model for electricity prices with regime shifts; *Energy Economics*, v.47, p. 142-153, 2015.
- (10) BORAK, S., WERON, R. A semiparametric factor model for Electricity forward curve dynamics; *Journal of Energy Markets*, v. 1, n. 3, p. 3-16, 2008.
- (11) CALDANA, R., FUSAI G., RONCORONI, A. Electricity forward curves with thin granularity: Theory and empirical evidence in the hourly exspot market; *European Journal of Operational Research*, p. 715-734, 2017.
- (12) MONTEIRO, M. D. A novel semiparametric structural model for electricity forward curves; *Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)*, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, p. 74, 2018.

DADOS BIOGRÁFICOS



Marina Dietze Monteiro é formada em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal Fluminense (2018) e obteve seu título de M.Sc. em setembro de 2020 em Engenharia Elétrica, na área de Métodos de Apoio à Decisão, pela PUC-Rio. Atualmente é aluna de doutorado em Métodos de Apoio à Decisão na mesma universidade. Desde 2019, trabalha como pesquisadora no LAMPS/PUC-Rio, participando de pesquisas relacionada à comercialização de energia e precificação de contratos forward de eletricidade, além de projetos P&D com empresas do setor.

(2) ALEXANDRE STREET DE AGUIAR

Alexandre Street é professor associado do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio onde leciona Economia da Energia e Otimização. É fundador do Laboratory of Applied Mathematical Programming and Statistics (LAMPS PUC-Rio), onde lidera diversos projetos de P&D. Alexandre Street é senior member da IEEE PES e pesquisador 1 CNPq. É Editor Associado da IEEE Transactions on Power Systems, principal revista científica internacional da área de energia elétrica. Já publicou mais de 40 artigos em revistas científicas internacionais (atraindo mais de 1000 citações) e orientou mais de 30 alunos de pós-graduação em nível de mestrado, doutorado e pós-doutorado.

(3) GUILHERME MEIRELLES BODIN DE MORAES

Guilherme Bodin possui graduação e mestrado em engenharia elétrica pela PUC-Rio e master of science em engenharia generalista pela École Centrale de Marseille. Guilherme já trabalhou em projetos de P&D do setor elétrico brasileiro construindo ferramentas analíticas baseadas em métodos de otimização e análise de séries temporais. Guilherme é autor e co-autor de 5 artigos em publicações especializadas e apresentou trabalhos em congressos nacionais e internacionais nas áreas de otimização e análise de séries temporais (INFORMS Annual Meeting, ISF, SNTPEE, SBPO e JuliaCon).

(4) IAGO SICHINEL SILVA MARTINS CHÁVARRY

Iago Sichinel Chávary é graduando em Engenharia Elétrica pela Pontifícia Universidade Católica. Desde 2019, trabalha como pesquisador no LAMPS/PUC-Rio em projetos de P&D relacionados a previsão de séries temporais, comercialização de energia, precificação de contratos forward de eletricidade e análise de sistemas de potência.

(5) ANA CAROLINA BARBOSA FREIRE

Ana Carolina Freire é CEO do LAMPS Co, empresa de desenvolvimento de produtos e projetos de consultoria e P&D baseados em métodos de apoio à decisão, voltados principalmente para os setores de Energia Elétrica, Óleo e Gás e Finanças. Anteriormente, trabalhou durante 5 anos na área de consultoria estratégica para o setor de Energia (Accenture Strategy Energy e Schlumberger Business Consulting). Foi também sócia e economista chefe de um fundo de investimentos do mercado financeiro, Ventor Investimentos. Ana Carolina tem graduação e mestrado em Economia pela PUC-Rio.

(6) CRISTIANO AUGUSTO COELHO FERNANDES

Cristiano Augusto Coelho Fernandes é PhD em Estatística pela London School of Economics - University of London (1990). Atualmente é Professor Adjunto do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio onde leciona disciplinas de conteúdo estatístico para a Graduação e Pós-Graduação das Engenharias da PUC-Rio. Sua área de pesquisa é modelos de séries temporais com coeficientes variantes no tempo (modelos em espaço de estado e modelos autoregressivos generalizados via score), com aplicações em Energia, Seguros e Varejo.

(7) DAVI M VALLADAO

Davi Valladão é professor do Departamento de Engenharia Industrial da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Seus interesses de pesquisa são ciência de dados, otimização sob incerteza e análise de risco. Davi tem doutorado em Sistemas de Apoio à Decisão (2011) no Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio. Como parte de seu programa de doutorado, ele foi pesquisador visitante do departamento Operations Research and Financial Engineering (ORFE) da Universidade de Princeton. Além disso, Davi tem mestrado em Ciências Atuariais e Finanças (2008) e bacharelado em Engenharia Elétrica e Industrial (2006), também pela PUC-Rio.