



**XXIII SNPTTE  
SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

FI/GCR/31  
18 a 21 de Outubro de 2015  
Foz do Iguaçu - PR

**GRUPO VI**

**GRUPO DE ESTUDO DE COMERCIALIZAÇÃO, ECONOMIA E REGULAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA - GCR**

**QUANTIFICANDO OS EFEITOS DA INTRODUÇÃO DE LEILÕES COMBINATÓRIOS PARA CONCESSÕES DE TRANSMISSÃO NO BRASIL: ALTERNATIVAS PARA O TRATAMENTO DO PROBLEMA DA EXPOSIÇÃO**

**Rafael Ferreira(\*)**  
PSR, COPPE/UFRJ

**Carmen Borges**  
COPPE/UFRJ

**Luiz Augusto Barroso**  
PSR

**Sergio Granville**  
PSR

**Mario Veiga Pereira**  
PSR

**RESUMO**

Este artigo analisa alternativas de protocolos de leilões de concessões de transmissão no Brasil que permitam tratamento adequado do problema da exposição. Dentre as possíveis consequências do problema da exposição estão: impossibilidade de captura de ganhos sinérgicos com que se contava ao elaborar ofertar e dificuldades em honrar obrigações contratuais; e ofertas demasiado conservadoras ou declínio de participação em leilão (o que pode levar a lotes vazios). Os resultados obtidos indicam que os benefícios potenciais da implantação das alternativas de protocolos investigados são relevantes, tanto para as concessionárias como para os usuários da rede.

**PALAVRAS-CHAVE**

Leilões de transmissão, leilões multi-item, problema da exposição, programação linear inteira mista

**1.0 - INTRODUÇÃO**

Ao final de 2014, o regulador colocou sob audiência pública a minuta do Edital do Leilão de Transmissão nº 4/2014, apontando em nota suplementar ao edital [1] que uma inovação daquele certame seria a introdução de *“leilão combinatório para o Lote A, o qual foi dividido em quatro sublotes [...] podendo ocorrer competição pelos sublotes em separado ou pelo Lote como um todo e entre as modalidades sublotes e Lote [...]”*. O protocolo proposto pela ANEEL foi utilizado no leilão, tendo sido apresentadas ofertas para os sublotes e pelo Lote A conforme Tabela 1.

Tabela 1– Resultados do Leilão de Transmissão nº 4/2014 (Lote A e sublotes)

Lote / sublote	RAP Máxima [R\$]	RAP Ofertada [R\$]		Vencedor
		Eletrosul	Abengoa	
Lote A	390.756.747,94	336.000.000,00	-	Eletrosul
Subl. A1	78.558.016,65	68.300.000,00	78.558.000,00	-
Subl. A2	32.785.383,05	31.800.000,00	-	-
Subl. A3	63.212.528,02	56.200.000,00	-	-
Subl. A4	216.200.820,22	188.000.000,00	216.200.820,22	-

A tabela revela que: (i) o conjunto das empresas que se interessou pelo Lote A (*pacote* contendo todos os sublotes) foi distinto do conjunto de empreendedores que se interessou pelos sublotes em separado (a Abengoa não apresentou oferta para o Lote A); (ii) a RAP ofertada pela Eletrosul para o *pacote* Lote A foi 2,5% (R\$ 8,3 milhões) inferior à soma das ofertas para cada sublote individualmente. Tais resultados servem como provocação para a investigação dos possíveis benefícios de usar no Brasil protocolos de leilão que permitam a apresentação de ofertas por *combinações* de itens (ativos de transmissão). Considerando isto, são objetivos deste artigo:

- Apresentar alternativas de protocolos de leilão que tratem adequadamente o *problema da exposição*, descrito na seção seguinte deste texto, explorando a possibilidade de sua aplicação no caso da transmissão no Brasil.

(\*) Praia de Botafogo, 228 - sala 1701 Ala A - CEP 22250-906 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil  
Tel.: + 55 (21) 3906-2050 - Fax: 55 (21) 3906-2121 - E-mail: ferreira@psr-inc.com

- Analisar quantitativamente possíveis benefícios da adoção dos protocolos para leilões de transmissão no Brasil.

## 2.0 - PROBLEMA DA EXPOSIÇÃO, LEILÕES COMBINATÓRIOS E LEILÕES ASCENDENTES SIMULTÂNEOS

Independentemente dos resultados do Leilão nº 4/2014 em particular e das características do protocolo introduzido pela ANEEL no certame, adotar a modalidade de *leilão combinatório* para o caso das concessões de transmissão no Brasil poderia trazer benefícios relevantes. Estes são leilões multi-item: o conjunto de concessões leiloadas é uma coleção de itens heterogêneos, podendo ocorrer que um determinado *pacote* (combinação) de concessões tenha para um participante do leilão (*proponente*) valor distinto da soma simples dos valores dos itens individuais. Se a combinação de concessões for *complementar*, seu valor será superior à soma dos valores individuais. Isto pode ocorrer devido a sinergias na execução de O&M, economias de escala, etc. Por outro lado, o valor da combinação de itens *substitutos* é inferior à soma dos valores individuais. Ainda que exemplos de itens intrinsecamente substitutos sejam raros no segmento de transmissão, há situações em que proponentes poderiam optar por uma concessão ou outra, mas não por sua combinação – por exemplo, devido a restrições orçamentárias.

No caso da transmissão no Brasil, a percepção e valoração de *complementaridade* e *substituição* variam de acordo com o proponente. Quando existem tais diferenças de valoração e os agentes estão *expostos* à possibilidade de ganhar alguns itens de um pacote, mas não *todos*, ocorre o **problema da exposição**: a incerteza sobre a realização do cenário em que um proponente ganha (ou perde) simultaneamente todos os itens de um pacote leva a uma possível ineficiência quanto à maximização do bem-estar econômico. Há dois tipos de ineficiências possíveis:

- (i) Os agentes fazem ofertas agressivas por *todos os itens individuais* de uma combinação, visando a obter ganhos sinérgicos, mas ganham apenas *alguns* itens e não capturam sinergias, tendo dificuldades em honrar suas obrigações contratuais (levando, por exemplo, a atrasos na implantação, que têm sido frequentes no Brasil); ou
- (ii) Considerando a possibilidade de *não* ganhar a *combinação integral* de itens, os agentes fazem ofertas demasiadamente conservadoras ou simplesmente não participam da competição. Isto pode levar, por exemplo, a lotes *vazios* nos leilões, para os quais não se apresentam ofertas válidas (o que também tem ocorrido no Brasil).

Ora, um leilão combinatório é um protocolo que objetiva justamente tratar do *problema da exposição* e tornar os resultados do leilão mais eficientes, ao permitir que proponentes façam ofertas *indivisíveis* por pacotes de itens. Em que pese o protocolo proposto pelo regulador para o Leilão nº 4/2014 [2] ser *muito louvável* ao buscar aperfeiçoamentos à sistemática de leilões, ele possui algumas limitações no tratamento do problema da exposição:

(a) Primeiramente, o protocolo proposto conta com uma segunda etapa *sequencial*<sup>1</sup>, condicionada ao leilão não ter sido *encerrado* em sua primeira fase, em que o leiloeiro começa com o Lote A e determina o proponente com a menor oferta, voltando a abordar este Lote A apenas na terceira etapa. Depois disso, ele procede ao sublote A1 e determina o proponente com a menor oferta, voltando a abordar o sublote A1 apenas na terceira etapa. O leiloeiro procede assim, *sequencialmente*, até ser determinado a proponente com a menor oferta para o sublote A4. Como apenas proponentes classificados nesta segunda etapa poderão proceder à terceira e derradeira etapa do leilão, a abordagem sequencial do Lote A e dos sublotes A1 a A4 impede que o proponente tenha flexibilidade em reorientar seus recursos entre combinações de interesse, à medida que informações relativas às ofertas de outros proponentes vão se revelando. Como veremos mais adiante, em alguns desenhos de leilão o problema da exposição é atenuado através da possibilidade de reorientar os recursos e redefinir ofertas face à revelação simultânea de preços de diferentes itens. No entanto, a abordagem sequencial proposta no edital do Leilão nº 4/2014 impede tanto a revelação simultânea de preços como a flexibilidade em reorientar recursos.

(b) Outra limitação refere-se à abordagem *sequencial e cíclica* proposta para a terceira etapa, de *viva voz horizontal*. Nesta etapa, a realização de mais um *ciclo de ofertas* está condicionada ao lance a viva-voz ter valor inferior à oferta recém-apurada para o Lote A ou ao somatório das ofertas recém-apuradas para os sublotes. A abordagem sequencial e cíclica, associada a esta regra condicional para a continuação dos ciclos do certame, dá origem a uma variante específica do *problema do limiar* [4] que pode levar a ineficiências nos resultados do leilão. Ressaltamos aqui a distinção entre o *problema do limiar* e o *problema da exposição*, afirmando que a solução de um deles não implica necessariamente na solução do outro – e o presente trabalho se enfoca no segundo deles.

Antes de proceder, cabe não apenas ressaltar novamente o mérito da iniciativa do regulador de buscar aprimorar o protocolo utilizado para leilões de transmissão no Brasil, mas também indicar que, especificamente para o Leilão nº 4/2014, os possíveis efeitos das limitações indicadas não se fizeram sentir, pois tais limitações estão embutidas em procedimentos empregados na 2ª e 3ª etapas do certame e o leilão do Lote A encerrou-se já na 1ª etapa.

Deseja-se, no entanto, analisar neste artigo de forma mais abrangente os possíveis benefícios de utilizar no Brasil

<sup>1</sup> O entendimento de que esta segunda etapa é sequencial advém da leitura do seguinte trecho do edital [2]: “Em cada LOTE ou SUBLOTE a sessão do LEILÃO prosseguirá, com lances sucessivos efetuados a viva-voz, no caso de haver: 9.25.1 Diferença entre os valores da menor proposta financeira e das demais ofertas das PROPONENTES igual ou inferior a 5% (cinco por cento); ou 9.25.2 Empate entre os menores valores dos lances ofertados nos envelopes”. Este texto é bastante similar àquele de editais anteriores, como o do Edital do Leilão nº 01/2014 [3] reproduzido a seguir: “Em cada LOTE, a sessão do LEILÃO prosseguirá, com lances sucessivos efetuados a viva-voz, no caso de haver: 9.11.1 Diferença entre os valores da menor proposta financeira e das demais ofertas das PROPONENTES igual ou inferior a 5% (cinco por cento) ou 9.11.2 Empate entre os menores valores dos lances ofertados nos envelopes”. A similaridade entre os textos e a observação de que, em leilões anteriores, a abordagem dos lotes foi efetivamente sequencial, de maneira análoga à descrita no corpo do texto, conduz à interpretação indicada no corpo do texto.

protocolos de leilão que permitam tratar do problema da exposição. Analisam-se os seguintes protocolos, em comparação àquele *usualmente* empregado no Brasil de *leilão sequencial de cada concessão individualmente*, sem permitir que os participantes façam ofertas *indivisíveis* por pacotes (combinações) de concessões:

▪ **Leilão combinatório (LC):** Em leilões combinatórios, os proponentes fazem ofertas por combinações de itens. As combinações constantes das ofertas são tratadas como *indivisíveis*, sendo as ofertas correspondentes integralmente aceitas ou integralmente rejeitadas. A possibilidade de fazer ofertas por *combinações* de itens, além de conceder o nome ao tipo de leilão, garante que o problema da exposição seja eliminado. O problema de determinação dos vencedores em LCs envolve determinar qual o conjunto de ofertas a aceitar para otimizar uma determinada métrica, de maneira a que cada item leilado seja alocado a no máximo um proponente. Considerando o contexto atual de leilões de concessões de transmissão no Brasil, pode-se considerar a situação em que as ofertas vencedoras são determinadas de forma a minimizar os requisitos de RAP da transmissão.

▪ **Leilão descendente simultâneo (LDS):** Utiliza-se aqui a palavra “descendente” em alusão a que, em uma implantação do conceito clássico de *leilão ascendente simultâneo* orientada a um leilão reverso, em que cada item é alocado ao proponente que oferta o mínimo valor, as ofertas sempre descenderão. Em um LDS, os proponentes podem apresentar propostas para quaisquer itens individuais de um conjunto leilado simultaneamente. Assim, há vários itens na bancada de leilões ao mesmo tempo e a cada item está associado um preço, dado a cada instante pela oferta mais agressiva. O leilão é iterativo e continua enquanto ao menos um proponente modificar ao menos uma de suas ofertas por um item individual<sup>2</sup>. Em diversos desenhos de LDSs, os proponentes têm total flexibilidade para redefinir suas ofertas ao longo das iterações, à medida que a informação sobre as ofertas de outros proponentes são reveladas, podendo mesmo retirar ofertas. Ao final do leilão, a cada proponente são alocados os itens para os quais ele apresentou a oferta mais agressiva. Ao contrário do que se verifica em LCs, aqui não há a possibilidade de apresentar diretamente ofertas por combinações indivisíveis de itens. No entanto, a revelação simultânea das ofertas de todos os itens, convergindo para a descoberta dos preços no certame, aliada à possibilidade de os proponentes redirecionarem seus recursos e redefinirem suas ofertas à medida que a informação vai se tornando disponível, oferece aos proponentes a possibilidade de arbitrar entre itens substitutos e construir combinações de itens complementares à medida que os preços mudam [5]. Assim, o LDS oferece uma possibilidade de tratamento do problema da exposição. Obviamente, é um tratamento que oferece garantias menos rígidas do que aquelas verificadas em LCs<sup>3</sup> e, por isso, este protocolo de leilão é geralmente aplicado em casos em que os itens têm perfil complementar ou substituto de relevância comparativamente menor, e/ou quando se espera que todos os participantes tenham avaliações similares de diferentes combinações de itens.

### 3.0 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E ARCABOUÇO DE SIMULAÇÃO PARA OS PROTOCOLOS DE INTERESSE

A aplicação dos protocolos apresentados na seção anterior a leilões de transmissão no Brasil será simulada neste trabalho e os resultados, especificamente em relação à possibilidade de tratamento do problema de exposição, serão comparados àqueles obtidos sob um protocolo clássico de leilão sequencial, em que cada item (concessão de transmissão) é leilado individualmente. Nesta seção, apresenta-se a modelagem matemática da sistemática de realização do certame e o processo de formação de ofertas pelos participantes, para os protocolos de interesse. A nomenclatura comum às subseções seguintes é dada a seguir. Os proponentes no leilão são indicados por  $j \in J$ , e os itens (concessões) ofertados no leilão são  $m \in M$ . O leiloeiro não está disposto a aceitar qualquer oferta para o item  $m$  que seja superior à receita de reserva (RAP máxima)  $\zeta_m$ . Outras variáveis são introduzidas nas subseções.

#### 3.1 Leilão combinatório

Será simulado um leilão combinatório a envelope fechado e com a regra de precificação de Vickrey-Clark-Groves (VCG) [6]-[7], que introduziremos mais adiante. Neste leilão, o procedimento de apresentação de ofertas pelos proponentes e seleção de vencedores ocorre como indicado a seguir. Cada proponente pode apresentar ao leiloeiro ofertas para tantas combinações (pacotes) de itens quantas quiser, e cada oferta é especificada por um requisito de RAP  $b_p$  para explorar o conjunto de concessões do pacote e um vetor de variáveis binárias  $\{a^1_p, a^2_p, \dots, a^{|M|}_p, \dots, a^{|M|}_p\}$  de tamanho  $|M|$  que indica, para cada item, se o item  $m$  (concessão de transmissão) está no pacote  $p$  ( $a^m_p = 1$ ) ou não ( $a^m_p = 0$ ). O leiloeiro vai então selecionar quais os proponentes e pacotes vencedores de forma a minimizar os requisitos totais de RAP do sistema, garantindo que a *integralidade* dos pacotes seja mantida (ou seja, os pacotes são tratados como indivisíveis). Há a possibilidade de que algum item (concessão) não seja alocado a nenhum ofertante – como no caso em que nenhuma oferta abaixo de  $\zeta_m$  seja apresentada por um item.

Cada proponente  $j \in J$  determina privadamente (em sigilo, não divulgando a informação para outros proponentes) um conjunto  $p_j \in P_j$  de pacotes (combinações de concessões) de seu interesse e factíveis dada sua capacidade técnica e de investimento. Um pacote envolve uma combinação de itens, e a variável  $a^m_{p,j}$  indica se o pacote  $p_j$  do proponente  $j$  contém ( $a^m_{p,j} = 1$ ) ou não ( $a^m_{p,j} = 0$ ) o item  $m$ . A matriz  $A_j$ , cujas entradas são  $a^m_{p,j}$ , indica a informação dos pacotes de interesse para o proponente  $j$ . O proponente também informa ao leiloeiro a RAP  $b_{p,j}$  requerida por cada pacote. Com estes dados em mãos, o leiloeiro seleciona os proponentes e pacotes vencedores resolvendo o

<sup>2</sup> O leitor não deve tomar esta descrição generalista como evidência de que inexistem outras variantes de leilões descendentes simultâneos.

<sup>3</sup> Especialmente nos casos de leilões ascendentes simultâneos em que os proponentes não têm flexibilidade para reduzir ou retirar ofertas por itens específicos. Porém, este artigo tratará exclusivamente do caso em que tal flexibilidade existe e é definida nas regras de leilões.

seguinte problema de otimização inteira, para alocar os pacotes aos proponentes que mais os valoram (requerem as menores RAPs para explorar as concessões):

$$R^* = \min_{\{y_{pj} | p_j \in P, j \in J\}; \{z_m | m \in M\}} \left[ \sum_{j \in J} \sum_{p_j \in P_j} b_{p_j} \cdot y_{p_j} \right] + \left[ \sum_{m \in M} z_m \cdot (\zeta_m + \delta) \right] \quad (1.1)$$

$$\text{s.a.} \quad \left[ \sum_{j \in J} \sum_{p_j \in P_j} a_{p_j}^m \cdot y_{p_j} \right] + z_m = 1, \quad \forall m \in M \quad (1.2)$$

$$\sum_{p_j \in P_j} y_{p_j} \leq 1, \quad \forall j \in J \quad (1.3)$$

No problema (1), a variável de decisão binária  $y_{pj}$  tem valor unitário se o pacote  $p_j$  do proponente  $j$  é selecionado como vencedor do leilão, e valor nulo em caso contrário. A variável binária  $z_m$  tem valor unitário se o item  $m$  não é alocado a nenhum proponente ("lote vazio") e valor nulo em caso contrário. A definição da função objetivo (1.1) resulta na minimização da soma das RAP de todos os pacotes selecionados como vencedores e do *custo de oportunidade* de não alocar um determinado item  $m$  a nenhum vencedor (este custo é dado pela RAP reserva  $\zeta_m$  acrescido de um número infinitesimal positivo  $\delta$ ). A restrição (1.2) indica que, para cada item  $m$ , ou este item será alocado a um e apenas um pacote  $p_j$ , ou então o item não será alocado como resultado do leilão ("lote vazio") e deverá ser contabilizado o custo de oportunidade associado na função objetivo. A restrição (1.3) garante que no máximo um pacote de cada ofertante será aceito – a rigor, é possível ter um desenho de leilão combinatório em que de cada proponente pode ser aceito mais de um pacote, mas considera-se aqui que o proponente especifica no envelope fechado entregue ao leiloeiro todos os pacotes pelos quais ele pode ter interesse e o leiloeiro seleciona no máximo um deles. Isto requer maiores esforços por parte de cada proponente para determinar todas as combinações possíveis de itens pelo qual ele poderia ter interesse, antes do leilão. Com estes maiores esforços, aumenta a complexidade da tarefa de cada proponente e se incrementam os custos (de transação) de sua participação no leilão – o que é indesejado. Este é um dos motivos possíveis para se preferir um LDS a um LC, pois no LDS a especificação *ex ante* de pacotes não é requerida, como veremos na próxima seção.

Uma vez selecionados os vencedores, cabe determinar qual a RAP que cada um deles receberá para explorar as concessões (itens) a ele alocadas. Uma primeira opção seria simplesmente assegurar que cada proponente recebesse a RAP dada pelo valor ofertado  $b_{p,j}$  associado ao pacote a ele alocado (uma regra *first-price* [8]). No entanto, optamos por uma *regra de precificação* distinta, a já mencionada VCG. Sob esta regra do tipo *second-price*, permite-se que cada vencedor capture uma receita adicional à sua oferta  $b_{p,j}$ , sendo que este *prêmio* sobre a oferta do próprio proponente é igual à sua *contribuição ao decréscimo ao somatório das ofertas totais*, em relação a uma situação de referência em que o proponente não participaria do leilão.

Ao se desacoplar a remuneração efetiva do proponente (o preço recebido ao final do leilão) de sua oferta de preços, há incentivos para que os proponentes ofertem no leilão os seus *reais* custos de oportunidade, eliminando incentivos para comportamento estratégico [9]. Ainda que este seja um objetivo importante, não é a principal razão pela qual se opta por utilizar a regra de precificação VCG neste trabalho. Opta-se aqui pela regra VCG para facilitar a comparação de resultados e a análise da habilidade dos diferentes protocolos de leilão utilizados em tratar o problema da exposição em específico. Como veremos a seguir, o LDS é um protocolo de leilão que resulta inerentemente em preços mais próximos a um *second price* – para não deixar esta propriedade contaminar a comparação cruzada dos protocolos de leilão especificamente quanto ao *problema da exposição*, introduzem-se regras de *second price* nos protocolos que serão comparados ao LDS. Para leilões de um único item, a implantação da regra VCG (mais precisamente denominada de regra de Vickery, para leilões de item único) é simples: a cada proponente vencedor é assignado o preço da segunda oferta mais competitiva. A diferença entre a primeira melhor oferta (do proponente vencedor) e a segunda é um *proxy* de o quanto vencedor contribuiu para a otimização do resultado do leilão. Para leilões multi-item, a implementação da regra VCG é mais complexa, mas tem o mesmo embasamento conceitual. Considerando a formulação matemática de interesse nesta seção, implementação é feita como especificado a seguir:

(A) Para cada proponente  $k$  (o índice  $k$  denota um proponente vencedor) que se sagrou vencedor do leilão, toma-se a oferta  $b_{pk}$  do pacote vencedor.

(B) Calcula-se, então, qual seria a soma das ofertas finais obtidas como solução do problema de seleção de vencedores pelo leiloeiro no caso em que  $i$  não fosse participar do leilão. Podemos denotar este valor como  $R^{-k,*}$  e observar que ele é dado pela solução de um problema de otimização análogo ao problema (1), onde todas as ocorrências do conjunto  $J$  são substituídas pelo conjunto  $J/\{k\}$  (em notação de álgebra de conjuntos, isto indica simplesmente o conjunto  $J$  depois da subtração do elemento  $k$ ).

(C) De posse de  $b_{pk}^*$  (a oferta associada do pacote selecionado de  $k$ ),  $R^*$  (solução do problema (1) original) e  $R^{-k,*}$ , a RAP autorizada ao proponente vencedor  $k$  para explorar as concessões do pacote,  $RAP_k$ , é dada por :

$$RAP_k = b_{pk} + (R^{-k,*} - R^*) \quad (2)$$

### 3.2 Leilão descendente simultâneo

Conforme mencionado na seção 2.0, o LDS é um processo iterativo, em que não é requerido que os proponentes apresentem ofertas por *pacotes* no início do processo de seleção, mas em que eles podem fazer ofertas por itens individuais leiloados simultaneamente ao longo de um processo iterativo. Opta-se aqui por adotar uma

implementação simples do processo iterativo do leilão, que é indicada a seguir e cujas limitações são discutidas:

- (I) Regras gerais: • A cada iteração  $i$  do leilão, o leiloeiro informará um limite superior  $\lambda^{m,i}$  para as ofertas para cada uma das concessões  $m$  individuais leiloadas. Na primeira iteração, atribui-se  $i = 1$  e  $\lambda^{m,1} = \zeta_m \forall m \in M$ . • A cada iteração, o leiloeiro também determinará qual é *proponente temporariamente vencedor* (PTV) para cada item (o proponente que, àquela iteração, apresentou o menor requisito de RAP para o item). • Para *deslocar* um PTV, outro proponente deve apresentar uma proposta para o item que é inferior à proposta anterior do PTV por um valor monetário no mínimo<sup>4</sup> igual a  $\eta$ . Assim, na prática o limite superior aplicável às ofertas por cada concessão  $m$  na etapa  $i$  corresponderão a  $\lambda^{m,i} = b_j^{m,i} - \eta$ , onde  $j^*$  denota o PTV para a iteração corrente, para cada proponente que não o PTV ( $j \neq j^*$ ), e  $\lambda^{m,i} = b_j^{m,i}$  para o PTV. Este valor é informado a todos os proponentes. • No entanto, em uma dada iteração o PTV pode *desistir* de um determinado item<sup>5</sup>. Se isto ocorrer, então na *próxima* iteração o limite  $\lambda^{m,i}$  para este item retornará a  $\lambda^{m,i} = \zeta_m$ , desde que nenhum outro proponente tenha apresentado na iteração *atual* uma proposta válida para o item em questão. • As ofertas que um proponente pode apresentar por um determinado item devem ser menores do que a menor oferta já apresentada para aquele item em qualquer iteração anterior do leilão.
- (II) Sabendo qual o valor de  $\lambda^{m,i}$  para cada iteração  $i$ , cada proponente  $j$  determina privadamente quais as ofertas que desejará apresentar por cada item individual,  $b_j^{m,i}$ . Se o ofertante não tem interesse por um determinado item, ele informará para este item simplesmente uma oferta superior à RAP máxima  $\zeta_m$ , garantindo que o leiloeiro não aloque o item a ele. Estes valores são divulgados e apresentados ao leiloeiro. O problema de otimização a ser implicitamente e individualmente resolvido por cada proponente é indicado mais adiante.
- (III) De posse dos valores de  $b_j^{m,i}$  para todo  $j$  e  $m$ , a cada iteração  $i$ , o leiloeiro simplesmente aloca *temporariamente* cada item  $m$  ao proponente  $j$  que apresentou para ele a oferta mais competitiva (menor requisito de RAP).
- (IV) O processo iterativo continuará com a execução sequencial dos passos (II) e (III) até que não se altere a identidade do PTV para nenhum dos lotes  $m$ .

Com a descrição, percebe-se que sob este protocolo de leilão a complexidade do processo de seleção de *pacotes* é transferida do leiloeiro para os proponentes. De fato, ao leiloeiro cabe apenas selecionar os PTV que apresentaram as mínimas ofertas  $b_j^{m,i}$  para cada item  $m$  e iteração  $i$ . Aos proponentes cabe oferecer ofertas que implicitamente impliquem na formação de *pacotes* de concessões complementares, considerando qualquer suplementaridade relevante, com base na informação mais recente disponível. Considerando, para a simplicidade desta discussão deste primeiro estudo investigativo, que não há comportamento estratégico à ocasião da formação de ofertas, cada proponente  $j$  determinaria suas ofertas  $b_j^{m,i}$  de forma a maximizar seu lucro total  $L_j$  a cada iteração  $i$ , construindo implicitamente pacotes (cuja identidade é mantida privada), resolvendo o seguinte problema:

$$L_j^{i,*} = \max_{\{l_{p_j}, y_{p_j} | p_j \in P_j\}; \{b_j^{m,i} | m \in M\}} \left[ \sum_{p_j \in P_j} l_{p_j} \cdot y_{p_j}^i \right] \quad (3.1)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{p_j \in P_j} a_{p_j}^m \cdot y_{p_j}^i \leq 1, \quad \forall m \in M \quad (3.2)$$

$$b_j^{m,i} \leq \lambda^{m,i} - \eta \cdot (1 - PVT_j^{m,i}), \quad \forall m \in M \quad (3.3)$$

$$\sum_{p_j \in P_j} y_{p_j}^i \cdot \varepsilon_{p_j} \leq \Gamma_j \quad (3.4)$$

$$l_{p_j} = \left[ \sum_{m \in M} a_{p_j}^m \cdot b_j^{m,i} \right] - v_j^p, \quad \forall p_j \in P_j \quad (3.5)$$

$$b_j^{m,i} \leq B_j^{m,HIST}, \quad \forall m \in M \quad (3.6)$$

O parâmetro  $v_{p,j}$  representa o *valor privado* do pacote  $p_j$  para o proponente  $j$ . Este valor é diferenciado de acordo com os elementos do pacote e captura complementaridades ou suplementaridades. A variável de decisão  $l_{p_j}$  indica o lucro que o proponente perceberá para o pacote  $p_j$ , sendo tal lucro dado pela diferença da soma dos valores de RAP,  $b_j^{m,i}$ , ofertados para os itens do pacote e o valor privado  $v_{p,j}$ . A variável de decisão binária  $y_{p_j}^i$ , no problema (3), indica se o pacote  $p_j$  está sendo considerado pelo proponente para a formação das ofertas nesta iteração  $i$  ( $y_{p_j}^i = 1$ ) ou não ( $y_{p_j}^i = 0$ ). O parâmetro  $PVT_j^{m,i}$  tem valor 1 se o proponente  $j$  é o PTV para o item  $m$  na iteração  $i$  e 0 em caso contrário. O parâmetro  $\varepsilon_{p,j}$  indica os recursos (financeiros, de mão-de-obra, ou com qualquer definição equivalente que o proponente deseja utilizar) que o proponente deverá destinar para a exploração da concessão do pacote  $p_j$  (considerando quaisquer efeitos relevantes de complementaridade ou suplementaridade) e o parâmetro  $\Gamma_j$  indica o 'orçamento' disponível deste recurso para o proponente  $j$ . O parâmetro  $B_j^{m,HIST}$  indica a menor oferta já apresentada pelo proponente  $j$  para o item  $m$  em iterações anteriores do leilão.

A função objetivo (3.1) refere-se simplesmente à maximização do lucro do proponente  $j$ . A restrição (3.2) indica que cada item deve ser alocado a no máximo um pacote que é atualmente considerado pelo proponente para sua oferta na iteração atual. A restrição (3.3) modela a regra do leilão que limita a oferta que o proponente pode apresentar para um determinado item. A restrição (3.4) é uma restrição de orçamento. A restrição (3.5) permite obter o lucro associado a cada pacote. Finalmente, (3.6) indica que as ofertas que um proponente pode apresentar por um item devem ser menores do que a menor oferta já apresentada para o item em qualquer iteração anterior do leilão.

<sup>4</sup> O valor exato do parâmetro  $\eta$  determina o quão rápido o processo iterativo do leilão terminará, mas valores muito elevados deste parâmetro podem resultar em alocação sub-ótima como resultado do certame, em casos em que um proponente estaria disposto a apresentar para um item  $m$  uma oferta levemente inferior àquela do atual PTV, mas não inferior por um montante monetário tão grande quanto  $\eta$ .

<sup>5</sup> A possibilidade de desistência é necessária para que um proponente não perceba o risco de ter sua oferta por um item complementar ao item  $m$  deslocada e ver-se na situação em que o conjunto de itens alocados a ele não permite formar nenhum pacote de interesse (problema da exposição).

A função objetivo tem um produto de duas variáveis de decisão:  $l_{pj} \cdot y_{pj}^j$ . Sendo este um produto de uma variável contínua e uma binária, pode ser reformulado facilmente para se obter um programa inteiro misto: substituir-se o produto pela variável auxiliar  $g_{pj}$  e acrescenta-se a (3) restrições disjuntivas dadas por  $W_{p,j}^1(1-y_{pj}^j) \leq g_{pj} - l_{pj} \leq W_{p,j}^2(1-y_{pj}^j)$  e  $W_{p,j}^3 y_{pj}^j \leq g_{pj} \leq W_{p,j}^4 y_{pj}^j$ . O valor das constantes disjuntivas  $W$  é dado por  $W_{p,j}^1 = -\max\{\gamma^1, \gamma^2\}$ ,  $W_{p,j}^2 = -\min\{\gamma^1, \gamma^2\}$ ,  $W_{p,j}^3 = \gamma^2$ ,  $W_{p,j}^4 = \max\{0, \gamma^1\}$ , onde  $\gamma^1 = \sum_{m \in M} [\lambda^{m,i} - \eta \cdot (1 - PVT_j^{m,i}) \cdot a_{p,j}^m] - v_{p,j}$  e  $\gamma^2 = -v_{p,j}$ .

Ao final do leilão, o PVT para cada item  $m$  receberá uma RAP igual à sua última oferta válida  $b_j^{m,i}$  para o item. Esta oferta não corresponde necessariamente ao valor *privado* que do proponente  $j$  para o item  $m$ , mas é sempre levemente inferior (inferior por um montante financeiro dado por  $\eta$ ) à última oferta que fora apresentada pelo *segundo proponente* que mais valorou aquele item. Daí poder-se caracterizar o LDS como um protocolo de leilão que traz implícita uma regra precificação *second price*. Isto justifica a opção de empregar para os outros protocolos a regra VCG, para facilitar a comparação de desempenho quanto ao problema da exposição em específico.

### 3.3 Leilão sequencial de itens individuais

De forma a permitir comparações entre protocolos, utiliza-se um protocolo de leilão sequencial de itens individuais. Assume-se um protocolo de leilão a envelope fechado e com precificação de Vickrey. Considerando as incertezas sobre a possibilidade de vencer *todos os itens de um pacote*, a formação de ofertas de cada proponente é feita, para cada item, considerando apenas possíveis complementaridades com itens já vencidos em etapas anteriores do leilão sequencial (isto é, sem considerar complementaridades com itens a serem leiloados na sequência).

## 4.0 - ESTUDO DE CASO

Apresenta-se a seguir um estudo de caso, com a simulação da aplicação dos três protocolos definidos na seção anterior a um leilão de transmissão fictício, mas definido com base em dados realistas sobre as concessões de transmissão (itens) a serem leiloados e os proponentes que participam do certame.

### 4.1 Caracterização do estudo de caso

Considera-se um leilão fictício de transmissão em que são ofertados 13 concessões de transmissão, indicadas na Figura 1 a seguir. Na figura, traços e quadrados coloridos indicam respectivamente as linhas de transmissão e as subestações das concessões do leilão. As cores distinguem instalações de cada uma das concessões, e quadros em branco indicam subestações existentes. A Figura 1 indica as características básicas de cada concessão.

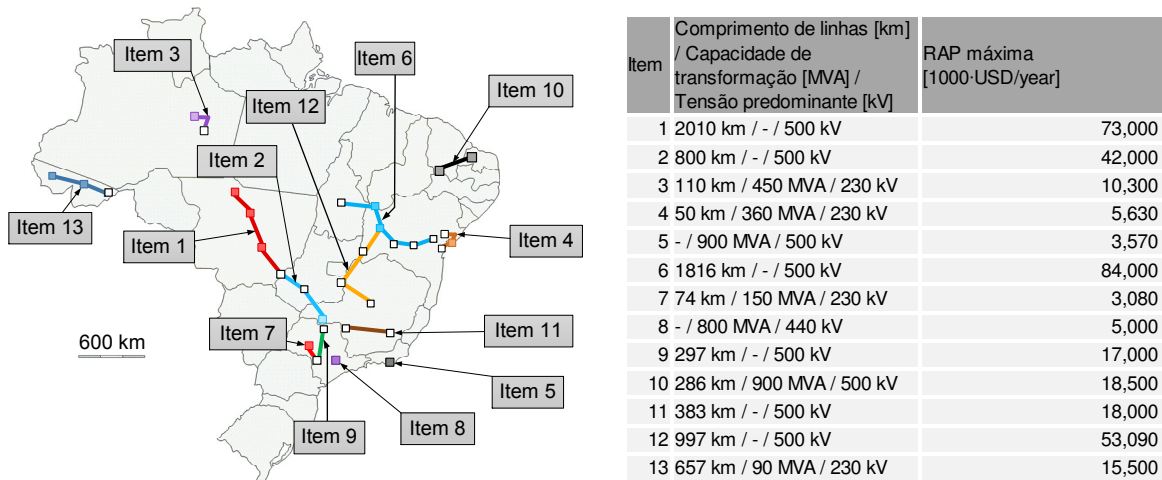


Figura 1 – Identificação e parâmetros relevantes das concessões de transmissão do estudo de caso

Considera-se que participam do leilão 14 proponentes, com diferentes características e diferentes capacidades de capturar complementaridades entre concessões: por exemplo, há a participação de *holdings* que tem entre suas controladas empresas de EPC e que tem grande capacidade de capturar os benefícios de complementaridades oriundas de características tecnológicas que levam a perfis construtivos similares para instalações de diferentes lotes (ganhos sinérgicos em despesas de capital); há companhias que já operam ativos de transmissão em diferentes áreas e que tem maior facilidade de capturar ganhos sinérgicos relativos às despesas de operação e manutenção de ativos de transmissão fisicamente próximos; há empresas de capital internacional com acesso a financiamento em seus locais de origem que podem se beneficiar de ganhos de escala que lhes permitam obter financiamento incentivado; há empresas atualmente descapitalizadas que encontram restrições de orçamento significativo; etc. Introduzem-se tais perfis distintos para ilustrar que proponentes têm avaliações distintas das complementaridades e suplementaridades entre itens – condição para que a relevância do problema da exposição.

Restrições quanto ao número de páginas deste artigo impedem o registro de todos os pacotes de interesse de

todos os proponentes (considera-se que os 14 proponentes têm, no total, 98 pacotes de interesse). No entanto, de forma a ilustrar como o valor de *pacotes* difere do valor de itens *individuais*, detalha-se na Tabela 2 as principais variáveis que descrevem os 12 pacotes de interesse do proponente  $j = 1$ . Indica-se na tabela a informação privada do proponente fictício (esta informação não seria necessariamente divulgada a outros proponentes ou ao leiloeiro): o valor de cada item individual e o valor dos pacotes. Note que o valor de muitos pacotes é sensivelmente inferior ao valor que resulta da soma dos itens individuais devido à captura de ganhos sinérgicos – o percentual correspondente a esta diferença é indicado, para cada pacote, na última coluna da tabela. Situação análoga é verificada para os pacotes de outras proponentes (que, no entanto, percebem ganhos sinérgicos distintos).

Tabela 2– Principais variáveis que descrevem 12 pacotes de interesse do proponente  $j = 1$

Item [-]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Valor do pacote [1000 .USD]	Ganho sinérgico [%]
Valor individual [1000.USD]	63.300	36.600	9.600	5.400	3.600	72.900	3.000	4.500	14.600	16.000	15.500	50.200	16.000		
Pacote $p_j$ [-]	Composição do pacote [-]														
	$a_{p_j}^{m=1}$	$a_{p_j}^{m=2}$	$a_{p_j}^{m=3}$	$a_{p_j}^{m=4}$	$a_{p_j}^{m=5}$	$a_{p_j}^{m=6}$	$a_{p_j}^{m=7}$	$a_{p_j}^{m=8}$	$a_{p_j}^{m=9}$	$a_{p_j}^{m=10}$	$a_{p_j}^{m=11}$	$a_{p_j}^{m=12}$	$a_{p_j}^{m=13}$		
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	94.157,3	20,9%
2	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	32.686,2	5,5%
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	87.693,1	14,3%
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	95.924,6	22,1%
5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	76.647,8	23,3%
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	44.657,2	12,8%
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	63.279,0	0,0%
8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36.587,9	0,0%
9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	72.875,8	0,0%
10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	14.595,2	0,0%
11	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	80.100,4	23,3%
12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	4.498,5	0,0%

#### 4.2 Leilão combinatório com regra de precificação VCG

De posse dos dados sobre os pacotes dos proponentes e das receitas de reserva para cada item do leilão, o leiloeiro se utiliza do problema de otimização (1) para determinar os proponentes e pacotes vencedores do leilão, e emprega a regra de precificação VCG para determinar as RAP a serem autorizadas a cada um deles. O resultado é indicado na Tabela 3. Percebe-se que todos os itens foram alocados e a RAP total foi de USD 253,4 milhões.

Tabela 3– Resultado do leilão combinatório com regra de precificação VCG

Propo- nente	ID do pacote selecionado [-]	Oferta nominal pelo pacote [1000-USD]	RAP autorizada (regra VCG) [1000-USD]	Composição do pacote selecionado como vencedor [-]												
				$a_{p_j}^{m=1}$	$a_{p_j}^{m=2}$	$a_{p_j}^{m=3}$	$a_{p_j}^{m=4}$	$a_{p_j}^{m=5}$	$a_{p_j}^{m=6}$	$a_{p_j}^{m=7}$	$a_{p_j}^{m=8}$	$a_{p_j}^{m=9}$	$a_{p_j}^{m=10}$	$a_{p_j}^{m=11}$	$a_{p_j}^{m=12}$	$a_{p_j}^{m=13}$
1	nenhum	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	90.447,1	92.052,4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
3	4	21.807,6	23.426,0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	1	98.098,7	98.826,3	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
5	nenhum	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	5	15.954,4	16.508,2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
7	nenhum	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	nenhum	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	nenhum	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	nenhum	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	nenhum	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	1	6.505,1	6.541,7	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
13	8	16.077,3	16.094,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
14	nenhum	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Soma coluna [1000-USD]		248.890,2	253.449,4													

#### 4.3 Leilão descendente simultâneo

A simulação do LDS é feita com o valor de  $\eta = \text{USD } 100.000,00$ . Conforme indicado na Tabela 4 (próxima página), todos os itens são alocados e a RAP total é de USD 263,0 milhões. O número de iterações até o fim do leilão foi superior a 1500. Esta é uma fragilidade do protocolo simples de LDS indicado na seção 3.2: as regras simples para a atualização de  $\eta$  (é possível utilizar procedimentos mais sofisticados conforme indicado em [8]) a regra que possibilita a *desistência* de um PVT em relação a determinado item levam a um procedimento de *convergência* demorado (para o valor de  $\eta$  empregado), possivelmente inviável para uma aplicação real. Entretanto, o procedimento simplificado atende aos propósitos da primeira simulação investigativa deste artigo. A alocação de itens obtida difere do ótimo global obtido com o LC (indicando que os lotes não foram alocados aos proponentes que mais os valorava, situação sub-ótima), mas ainda resulta em RAP total inferior àquela do leilão sequencial de itens individuais. Ressalta-se que o LDS tem outras propriedades interessantes (relacionadas à revelação de informação ao longo do processo iterativo) que não são exploradas neste artigo, devido ao limite de páginas.

#### 4.4 Leilão sequencial de itens individuais com regra de precificação de Vickrey

Os resultados da aplicação do protocolo são indicados na Tabela 5. Note que há *um item do leilão para o qual não foram apresentadas quaisquer propostas válidas* ("lote vazio"). A RAP total obtida é de USD 301,1 milhões, valor 18,8% superior àquele obtido para o LC e 14,5% superior àquele obtido para o LDS.



Tabela 4– Resultado do leilão descendente simultâneo

Propo- nente	Soma de ofertas por itens do pacote [1000-USD]	Lucro c/ pacote implicit. selecionado [1000-USD]	Pacote implicitamente selecionado [-]	Composição do pacote implicitamente selecionado [-]												
				$a_{pj}^{m=1}$	$a_{pj}^{m=2}$	$a_{pj}^{m=3}$	$a_{pj}^{m=4}$	$a_{pj}^{m=5}$	$a_{pj}^{m=6}$	$a_{pj}^{m=7}$	$a_{pj}^{m=8}$	$a_{pj}^{m=9}$	$a_{pj}^{m=10}$	$a_{pj}^{m=11}$	$a_{pj}^{m=12}$	$a_{pj}^{m=13}$
1	81.700,0	1.599,6	11	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
2	114.600,0	1.852,1	3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
3	24.100,0	2.292,4	4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	5.530,0	179,7	4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	16.900,0	945,6	5	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
7	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	4.100,0	510,6	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
12	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	16.100,0	22,7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
14	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Oferta pelo item do pacote [1000-USD]				55.600	22.300	9.100	5.530	4.100	67.000	2.100	3.800	14.800	16.100	19.800	27.800	15.000

Tabela 5– Resultado do leilão sequencial de itens individuais com regra de precificação de Vickrey

Propo- nente	Soma de ofertas por itens [1000-USD]	Lucro c/ [1000-USD]	"Pacote" implicitamente selecionado [-]	Composição do "pacote" implicitamente selecionado [-]												
				$a_{pj}^{m=1}$	$a_{pj}^{m=2}$	$a_{pj}^{m=3}$	$a_{pj}^{m=4}$	$a_{pj}^{m=5}$	$a_{pj}^{m=6}$	$a_{pj}^{m=7}$	$a_{pj}^{m=8}$	$a_{pj}^{m=9}$	$a_{pj}^{m=10}$	$a_{pj}^{m=11}$	$a_{pj}^{m=12}$	$a_{pj}^{m=13}$
1	44.483,0	5.857,0	6	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	65.412,0	7.505,0	4	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	93.673,3	25.943,7	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
5	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	15.440,0	129,0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
11	2.991,2	14,2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
12	6.504,4	1.573,7	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
13	16.077,0	18,0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
14	-	-	nenhum	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Oferta pelo item do pacote [1000-USD]				62.682	36.588	2.730	5.350	3.569	68.472	2.991	2.935	7.895	16.077	15.440	19.851	LOTE
Preço VCG [1000-USD]				63.279	36.762	9.638	5.630	3.570	72.618	3.005	4.508	13.578	16.095	15.569	41.369	VAZIO

## 5.0 - CONCLUSÃO

Foram analisadas alternativas de protocolos de leilão que tratem mais adequadamente o *problema da exposição*, explorando a possibilidade de sua aplicação a leilões de concessões de transmissão no Brasil. Dentre as possíveis consequências do problema da exposição estão: impossibilidade de captura de ganhos sinérgicos com os quais agentes contavam à ocasião de elaboração de propostas e consequente dificuldades em honrar obrigações contratuais para vencedores de leilões; e ofertas demasiado conservadoras ou declínio de participação em leilão (o que pode levar a lotes vazios). Foram feitas avaliações quantitativas dos possíveis benefícios da adoção de alternativas de protocolos, como o *leilão combinatório* e o *leilão descendente simultâneo*, que permitem tratar o problema da exposição mais adequadamente. Os resultados obtidos indicam que os benefícios potenciais da implantação das alternativas de protocolos investigados são relevantes, tanto para as concessionárias de transmissão (cujas taxas de remuneração são incrementadas através da exploração de complementaridade e mitigação do problema da exposição), como para os usuários da rede de transmissão (que necessitam cobrir menores requisitos de RAP, já que os ganhos de sinergia das concessionárias são partilhados através do processo de competição pelas concessões, como indicado pelos resultados numéricos). Somente foi avaliada a dimensão de tratamento do problema da exposição dos protocolos – outros itens, como potencial de prevenir comportamento estratégico ou simplicidade e transparência de aplicação, serão avaliados em trabalhos futuros.

## 6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ANEEL. *Nota Técnica n° 0208/2014-SCT/ANEEL*. Brasil, 2014.
- [2] ANEEL. *Edital do Leilão n° 04/2014-ANEEL*. Brasil, 2014.
- [3] ANEEL. *Edital do Leilão n° 01/2014-ANEEL*. Brasil, 2014.
- [4] CRAMTON, P. "Simultaneous ascending auctions", in Wiley Encyclopedia of OR & MS, 2004.
- [5] CRAMTON, P. "The Efficiency of the FCC Spectrum Auctions", in *Journal of Law and Economics*, 1998.
- [6] VICKREY, W. "Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders", in *J. of Finance*, v.16, 1961.
- [7] GROVES, T. "Incentives in Teams", in *Econometrica*, vol. 41, no. 4, 1973.
- [8] DE VRIES, S., VOHRA, R. V. "Combinatorial auctions: A survey", in *INFORMS J. on Computing*, v. 15, 2003.
- [9] KLEMPERER, P. *Auctions: Theory and practice*, Princeton University Press, 2004.



## 7.0 - DADOS BIOGRÁFICOS

Rafael de Sá Ferreira está com a PSR e a COPPE/UFRJ.

Carmen Borges está com a COPPE/UFRJ.

Luiz Augusto Barroso está com a PSR.

Sergio Granville está com a PSR.

Mario Veiga Pereira está com a PSR.