



**XXI SNPTTE  
SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

Versão 1.0  
23 a 26 de Outubro de 2011  
Florianópolis - SC

**GRUPO VI**

**Grupo de Estudo de Comercialização, Economia e Regulação de Energia Elétrica- GCR**

**Cálculo da Curva de Disposição a Contratar de Geradores Hidrelétricos: Uma Abordagem Robusta ao Preço de Curto-Prazo**

**Bruno Fânzeres  
PUC-Rio**

**Alexandre Street  
PUC-Rio**

**RESUMO**

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma nova metodologia de construção da Curva de Disposição a Contratar de um gerador hidrelétrico (ou outro com geração estocástica, Eólicas), utilizando uma técnica de robustez às variações do PLD. O modelo utiliza uma abordagem híbrida entre otimização estocástica e otimização robusta em que a produção dos geradores é tratada como uma variável aleatória e o PLD como um caso de estresse endógeno ao modelo de contratação. Um estudo de caso com dados realistas do sistema elétrico brasileiro será realizado para ilustrar o uso da metodologia frente à tradicional abordagem por otimização estocástica.

**PALAVRAS-CHAVE**

*Conditional Value-At-Risk*, Disposição a Contratar, Otimização robusta, Preço de Liquidação de Diferenças (PLD), Risco de contratação.

**1.0 - INTRODUÇÃO**

A competição no segmento de geração proporciona grandes desafios para os geradores [1]. Um dos principais desafios de cunho quantitativo consiste em determinar uma estratégia de comercialização ótima (quantidade), levando-se em conta diferentes tipos de riscos e o perfil de risco da empresa. Devido ao fato de sua produção ser diretamente afetada pelas incertezas hidrológicas, o gerador pode sofrer com o risco de preço e quantidade se contratado na integralidade de sua garantia física (ver [1] para mais detalhes sobre o risco de preço e quantidade na contratação de geradores hidrelétricos). Este risco se materializa quando, em um cenário de baixa produção, o Preço de Curto-Prazo (PLD) se encontra alto. Neste cenário, a empresa geradora deve comprar o déficit de energia no mercado de curto prazo, cujo preço pode superar em algumas vezes o preço pago pelo contrato. Dessa maneira, as hidrelétricas normalmente fazem um hedge hidrológico (proteção contra hidrologias desfavoráveis), deixando descontratado um percentual de suas garantias físicas (geralmente de 2 a 10%).

O PLD é obtido a partir do truncamento do custo marginal de operação do sistema entre um piso e um teto e representa o valor esperado da água no futuro. O seu processo de formação é bastante complexo, pois depende de uma política de armazenamento ótimo da água ao longo dos anos futuros, que é determinada por uma cadeia de modelos de despacho hidrotérmico. Tal política pressupõe uma série de hipóteses factíveis de se alterarem ao longo do tempo devido a: atrasos na construção de usinas futuras, indisponibilidade de combustíveis, etc. Assim sendo, o PLD passa a ser muito influenciado pelos dados de entrada dos modelos de despacho e, por esse e outros motivos, muitas vezes não reproduz a realidade operativa do sistema. Dessa maneira, este preço torna-se um número de difícil previsão, mesmo quando estimado pelo próprio modelo que o calcula. Além disso, o PLD apresenta grande volatilidade que é ainda mais amplificada por essas incertezas exógenas ao modelo, sendo apontado como o principal fator de risco que afeta a decisão de contratação por parte dos geradores. Neste contexto, a metodologia de formação do Preço de Liquidação de Diferenças (PLD) tem sido bastante questionada pelos agentes comercializadores.

Em vista destas considerações, o objetivo deste trabalho está motivado na "falta de confiança" dos agentes na previsão do PLD, vital para qualquer estratégia de comercialização e para a definição do *hedge hidrológico*. Este trabalho objetiva introduzir uma nova metodologia para o cálculo da disposição a contratar de uma empresa geradora, ou seja, a quantidade ótima a se vender em contratos dadas as suas respectivas especificações (preços, datas de início, durações etc), de maneira robusta às variações do PLD. Essa abordagem pode ser vista como uma alternativa para os modelos de contratação ótima tradicionais que utilizam cenários de PLD simulados pelo modelo de despacho hidrotérmico (ver [1] e [2]).

Em linhas gerais, será apresentado um modelo matemático de otimização binível que proporciona uma abordagem híbrida entre otimização estocástica e robusta. No primeiro nível do modelo, é definida a quantidade ótima a se contratar, levando-se em conta a incerteza na produção das usinas que a empresa possua através de cenários simulados, como usualmente realizado – [1][2]. Entretanto, no segundo nível, ou seja, para cada solução proposta pelo primeiro nível, o modelo encontra o conjunto de PLD's mensais que produzem o pior resultado financeiro anual para cada cenário de produção. O problema do primeiro nível passa então a buscar a contratação que maximize uma medida de risco, que neste trabalho equivalerá a uma combinação entre valor esperado e o *Conditional Value-At-Risk* (CVaR) – ver [3] e [5] para as propriedades dessa medida e [2] para um exemplo do uso desta no cálculo da CDC. Assim, no modelo que será proposto neste artigo, o decisor não precisa utilizar cenários simulados de PLD para caracterizar a renda do gerador. Esta metodologia se assemelha ao conhecido *stress test*, muito utilizado no mercado financeiro. Entretanto, tradicionalmente esses cenários de estresse são estáticos, ou seja, são definidos por especialistas de maneira exógena ao modelo. O que propomos aqui é a definição, de maneira endógena e automatizada no modelo, de cenários de estresse "personalizados" para os cenários de geração física e decisão de contratação. Um exemplo de resultado prático que este modelo pode proporcionar é a quantidade ótima de contratação de maneira que a empresa "sobreviva" mesmo que o PLD assuma o valor do teto ou piso em  $K$  (determinado pelo decisor) meses no ano. Essa técnica se mostra bastante flexível à incorporação de outras restrições e pode ser equiparada ao critério de segurança  $n - K$ , largamente adotado em problemas de operação.

Os demais capítulos deste trabalho estão divididos da seguinte forma: no capítulo 2, será apresentada a expressão de lucro líquido de um gerador contratado por quantidade, que servirá de base para o modelo de otimização; no capítulo 3, as principais hipóteses sobre as incertezas e como essas serão caracterizadas serão introduzidas e brevemente discutidas; no capítulo 4, o modelo de otimização para o cálculo da CDC robusta ao PLD será apresentado; por fim, no capítulo 5, será apresentado um estudo de caso ilustrando a metodologia com dados realistas do setor elétrico brasileiro. O capítulo 6 finaliza este trabalho com as principais conclusões.

## 2.0 - LUCRO LÍQUIDO DE GERADORES CONTRATADOS POR QUANTIDADE

"Contratos por quantidade" é um acordo bilateral, geralmente entre geradores e consumidores, em que a contraparte vendedora tem a obrigação de entregar em sua totalidade a energia acordada. Desta forma, é comum que se reserve um percentual da geração, conhecido como *hedge hidrológico*, a fim de diminuir os riscos da não entrega da energia e, conseqüentemente, ter que liquidar esta diferença no mercado de Curto-Prazo, que é extremamente volátil. Assim, o lucro líquido de um gerador pode ser decomposto em duas componentes, conforme evidenciado na expressão (1):

$$L_{l,s} = P \cdot E + (G_{l,s} - E) \cdot \pi_{l,s} \quad (1)$$

Onde,  $L_{l,s}$  é o lucro líquido do gerador, em R\$, no período  $l$  e cenário simulado  $s$  (Cenários de uma *Variável Aleatória*);  $P$  é o preço do contrato, em R\$/MWh (*Constante*);  $E$  é o montante contratado, em MWh (*Variável de Decisão do Primeiro Nível*);  $G_{l,s}$  é a geração da usina, em MWh, no período  $l$  e cenário simulado  $s$  (Cenários de uma *Variável Aleatória*); e, por fim,  $\pi_{l,s}$  é o preço de curto-prazo, em R\$/MWh, no período  $l$  e cenário simulado  $s$  (*Variável de Decisão do Segundo Nível*).

A primeira componente é referente à receita fixa do contrato ( $P \cdot E$ ) e a segunda à receita líquida de liquidação de diferenças no curto prazo ( $(G_{l,s} - E) \cdot \pi_{l,s}$ ). O negativo da segunda parcela é também conhecido como Custo Econômico no Curto-Prazo (CEC). A principal ideia deste trabalho é definir o montante de contratação ótima ( $E$ ) de forma a maximizar uma medida de *valor* do fluxo financeiro decorrente desta expressão ao longo de um horizonte de tempo.

## 3.0 - CARACTERIZAÇÃO DAS INCERTEZAS

Neste trabalho, consideramos dois parâmetros como fonte de incerteza na expressão de lucro (1) de um gerador contratado: (i) o montante de energia produzida (geração) e (ii) o PLD. A modelagem adotada para se considerar a variabilidade desses fatores de risco, (i) e (ii), na decisão de contratação é diferenciada por fator de risco. Enquanto que (i), energia produzida ( $G_{l,s}$ ), é caracterizado conforme a abordagem tradicional, através de cenários simulados exógenos ao modelo de contratação ótima (ver referências [1] e [2]), o fator de risco (ii), PLD ( $\pi_{l,s}$ ), será definido

por um subproblema de otimização, interno ao modelo de contratação ótima, podendo ser compreendido como sendo um *cenário endógeno de estresse*. Essa separação permite que os fatores de incertezas de natureza física sejam tratados de maneira diferente dos fatores de natureza financeira.

### 3.1 Cenários de Geração

Os cenários de geração ( $G_{l,s}$ ) que devem ser fornecidos como dado de entrada ao modelo de contratação ótima podem ser obtidos por procedimentos de simulações, por exemplo, Monte Carlo. No caso de uma hidrelétrica inserida no mecanismo de realocação de energia (MRE), esses cenários podem ser obtidos através do modelo de despacho hidrotérmico do setor, Newave, aplicando-se as regras que definem esse mecanismo aos cenários de produção hidrelétrica (ver [1] para mais detalhes). Além disso, no caso específico do Brasil, em que as fontes renováveis de energia têm sido largamente fomentadas, muitas pequenas centrais hidrelétricas (PCHs) e eólicas foram recentemente licitadas. Essas fontes possuem perfis de produção intermitentes, fruto de uma forte sazonalidade dos seus respectivos insumos (vazão e vento). Tais variáveis podem ser modeladas por processos estocásticos periódicos e simuladas. Os cenários simulados podem ser utilizados como dados de entrada de modelos de decisão para caracterizar a incerteza dessas variáveis (ver [4]). É importante mencionar que a definição de um procedimento de simulação de cenários de geração está fora do escopo deste trabalho. Para o modelo aqui proposto, os cenários de geração são considerados como dados de entrada, sendo assim, exógenos ao modelo.

### 3.2 Cenários endógenos de estresse para o PLD via Otimização Robusta

A principal contribuição deste trabalho é a proposição de um modelo de otimização para o cálculo da Curva de Disposição a Contratar de uma hidrelétrica em que não seja necessária a utilização de cenários de Preços de Curto-Prazo. A ideia central é obter o montante ótimo a ser contratado levando em consideração cenários de estresse para os PLD's calculados de maneira endógena pelo modelo de contratação. Para cada cenário de geração simulado, obtém-se um conjunto de PLD's mensais que visa penalizar ao máximo o lucro líquido anual do gerador, levando-se em consideração um conjunto de restrições de comportamento do PLD de maneira a controlar o grau de estresse produzido. O principal parâmetro de conservadorismo é o parâmetro  $K_t$ , que indica em quantos meses do ano  $t$  o PLD de estresse pode "descolar" de um valor de referência, determinado pelo tomador de decisão. Assim, para um  $K_t$  pequeno, será obtida uma solução pouco conservadora, uma vez que poucos meses estarão descolados da referência. Como  $K_t$  é um parâmetro que restringe o subproblema de otimização, pode-se entender que quanto maior for o valor de  $K_t$ , mais liberdade o subproblema, que visa produzir o estresse máximo, tem. Por estresse máximo entende-se minimizar o lucro das liquidações das diferenças no curto prazo entre produção e montante contratado.

A Figura 1 ilustra a ideia básica por trás da criação de um cenário de PLD de estresse para um conjunto de três anos em que  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 2$  e  $K_3 = 3$ . Para tanto, foi utilizado um cenário de liquidação de diferenças ( $G_{l,s} - E$ ) hipotético (barras verticais) e um conjunto de PLD's mensais de referência (linha pontilhada). Com base nessas duas séries, foram determinados os valores de  $\pi_{l,s}$  de estresse (linha contínua), onde  $l$  representa os meses ao longo dos três anos. Repare que, no primeiro ano, o PLD de estresse é aquele que piora ao máximo o segundo termo da expressão (1) com apenas um valor diferente da referência. Como neste ano a maior diferença entre contratação e geração é positiva, ou seja, uma venda no curto prazo, atribuir um valor baixo ao maior montante vendido gera o pior resultado de renda líquida. Já no segundo ano, onde o parâmetro  $K_2 = 2$ , o PLD de estresse pode ser encontrado supervalorando a energia nos dois meses de maior déficit. Assim, o gerador é obrigado a comprar no curto prazo a quantidade não produzida para honrar o contrato a preços superiores a 250 R\$/MWh. No terceiro ano, novamente o mais eficiente é subvalorar os montantes vendidos.

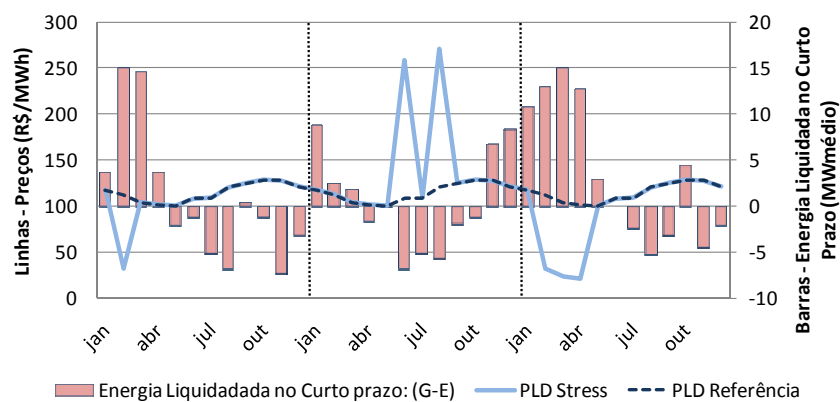


FIGURA 1 – Comportamento do PLD obtido pelo modelo para três diferentes anos com diferentes valores para  $K_t$

É importante ressaltar que, neste exemplo, os PLD's endógenos de estresse de cada ano poderiam ser distribuídos de maneira livre, respeitando o orçamento de descolamentos ou grau de conservadorismo  $K_t$ . Entretanto, entendemos que isso pode produzir cenários não realistas em que as variações (retornos) mensais seriam não verossímeis. No capítulo 5, o modelo completo será apresentado e mais restrições sobre os cenários de PLD serão apresentadas de maneira a incorporar propriedades conhecidas do PLD.

#### 4.0 - CÁLCULO DA CURVA DE DISPOSIÇÃO A CONTRATAR ROBUSTA AO PLD

A Curva de Disposição a Contratar (CDC) é uma função que associa o preço do contrato ofertado no leilão ao montante a ser contratado pela hidrelétrica. Esta curva determina a melhor quantidade de energia a contratar de forma a maximizar uma medida de valor aplicada ao lucro líquido do gerador. Este princípio pode ser empregado para o caso dos leilões de energia onde geralmente são ofertados preços e quantidades ou para uma segunda modalidade em que, dado um preço corrente (definido pelo leiloeiro), deve-se ofertar a respectiva quantidade desejada do produto.

##### 4.1 Medida de valor e aversão a risco: *Conditional Value-at-Risk*

O Conditional Value at Risk (CVaR) é uma medida coerente de risco [6] e tem sido largamente utilizada em aplicações de gerência de risco em portfólios de contratos de energia (ver [2]-[4] e suas respectivas referências). No presente contexto, estamos interessados em medir o *valor* de distribuições de probabilidades associadas ao lucro da comercialização. Assim sendo, o CVaR pode ser definido como a média dos  $\alpha\%$  piores cenários de lucro do gerador. Desta forma, o CVaR de uma distribuição de lucro é expresso em unidades monetárias e atribui a tal distribuição um valor pessimista. Além das propriedades de coerência, esta medida ainda possui duas importantes virtudes: (i) por se tratar de uma média dos piores cenários, ela é capaz de capturar a presença de eventos extremos, o que não é possível com medidas baseadas em quantis da distribuição, como é o caso do Value at Risk (VaR), e (ii), conforme proposto em [7], ela pode ser facilmente implementada e acoplada em problemas de programação linear (ver [3], [4] e suas respectivas referências). Podemos, então, obter o CVaR de uma distribuição de lucros discreta  $\tilde{L}$ , definida por um conjunto de pares de cenários e probabilidade  $\{L_s, p_s\}_{s \in S}$ , da seguinte maneira:

$$CVaR_\alpha(\tilde{L}) = \max_{\delta, z} z - \sum_{s \in S} \frac{p_s}{(1 - \alpha)} \cdot \delta_s \quad (2)$$

sujeito a:

$$\delta_s \geq z - L_s; \quad \forall s \in S \quad (3)$$

$$\delta_s \in \mathbb{R}_+; \quad \forall s \in S. \quad (4)$$

Em (2), a variável de decisão  $z$  representa um quantil da distribuição a ser definido pelo problema de otimização. No segundo termo desta expressão, a variável  $\delta_s$  representa a função truncamento positivo da diferença entre  $z$  e os cenários de lucro ( $L_s$ ), conforme expresso em (3). De acordo com [7], o problema (2)-(4) encontra como ponto ótimo  $z^* = VaR_\alpha(\tilde{L})$ . Neste contexto, o valor ótimo da função objetivo (2) assume o valor do CVaR da distribuição. A seguir, esse conceito será utilizado para definir a CDC de uma empresa que vende um contrato de quantidade de energia.

##### 4.2 Modelo de otimização dois níveis

A principal ideia do modelo é encontrar a contração ótima que maximize o valor do lucro estocástico proveniente da venda de um contrato de quantidade. Entretanto, neste trabalho, a caracterização dos cenários de preços de curto prazo será dada por um subproblema de otimização, que visa criar um cenário de *PLD de estresse*. Para tanto, o seguinte modelo de otimização de dois níveis é proposto:

$$\text{Maximizar}_{E, \delta_{ts}, z_t, L_{ts}^*} \sum_{t \in A} \left[ \left( z_t - \sum_{s \in S} \frac{p_s}{(1 - \alpha)} \cdot \delta_{ts} \right) \cdot \lambda + \left( \sum_{s \in S} p_s \cdot L_{ts}^* \right) \cdot (1 - \lambda) \right] \cdot (1 + J)^{-t} \quad (5)$$

sujeito a:

$$\delta_{ts} \geq z_t - L_{ts}^*; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (6)$$

$$L_{ts}^* = \sum_{l \in M(t)} [(P \cdot E) \cdot h_l - G_{l,s} \cdot c_l] + \Omega_{ts}^*; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (7)$$

$$E \leq FEC; \quad (8)$$

$$\delta_{ts} \in \mathbb{R}_+; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (9)$$

$$E \in \mathbb{R}_+; \quad (10)$$

$$\Omega_{t,s}^* = \min_{\pi, v} \left\{ \sum_{l \in M(t)} (G_{l,s} - E \cdot h_l) \cdot \pi_{l,s} \right. \quad (11)$$

sujeito a:

variáveis duais

$$\pi_{l,s} = \bar{\pi}_l + \Delta\pi_l^+ v_{l,s}^+ - \Delta\pi_l^- v_{l,s}^-; \quad : \mu_{l,s} \quad \forall l \in M(t) \quad (12)$$

$$\sum_{l \in M(t)} (v_{l,s}^+ + v_{l,s}^-) \leq K_{t,s}; \quad : \beta_{t,s} \quad (13)$$

$$\pi_{l+1,s} \geq (1 - r_{l+1}^-) \cdot \pi_{l,s}; \quad : \gamma_{l,s} \quad \forall l \in \tilde{M}(t) \quad (14)$$

$$\pi_{l+1,s} \leq (1 + r_{l+1}^+) \cdot \pi_{l,s}; \quad : \theta_{l,s} \quad \forall l \in \tilde{M}(t) \quad (15)$$

$$\sum_{l \in M(t)} \pi_{l,s} \leq \bar{\pi}_t; \quad : \varphi_{t,s} \quad (16)$$

$$v_{l,s}^+ \leq 1; \quad : \eta_{l,s} \quad \forall l \in M(t) \quad (17)$$

$$v_{l,s}^- \leq 1; \quad : \rho_{l,s} \quad \forall l \in M(t) \quad (18)$$

$$\pi_{l,s} \geq \underline{\pi}; \quad : \sigma_{l,s} \quad \forall l \in M(t) \quad (19)$$

$$\pi_{l,s} \leq \bar{\pi}; \quad : \omega_{l,s} \quad \forall l \in M(t) \quad (20)$$

$$v_{l,s}^+, v_{l,s}^- \in \mathfrak{R}_+; \quad \left. \vphantom{\sum_{l \in M(t)}} \right\} \forall l \in M(t), \forall s \in S, \forall t \in A. \quad (21)$$

Dentro do conjunto de parâmetros do modelo,  $\lambda$  é o peso dado à combinação entre o valor esperado *do lucro líquido de estresse* e o CVaR na função objetivo do primeiro nível (*Valor Conhecido*);  $p_s$  é a probabilidade do cenário  $s$  (*Valor Conhecido*);  $\alpha$  é o nível de significância do  $\alpha$ -CVaR (*Valor Conhecido*);  $J$  é o custo de oportunidade do capital (% por ano) (*Valor Conhecido*);  $h_l$  é o número de horas do mês  $l$  (*Valor Conhecido*);  $c_l$  é o custo de geração da usina no mês  $l$ ;  $\bar{\pi}_l$  é o PLD de referência do mês  $l$  (*Valor Conhecido*);  $\Delta\pi_l^+$  é a variação positiva do preço de referência do mês  $l$  (*Valor Conhecido*) e  $\Delta\pi_l^-$  é a variação negativa do preço de referência do mês  $l$  (*Valor Conhecido*);  $\bar{\pi}_t$  é o preço de Curto-Prazo máximo anual para o ano  $t$  (*Valor Conhecido*);  $\bar{\pi}$  é o preço de Curto-Prazo máximo (*Valor Conhecido*) e  $\underline{\pi}$  é o preço de Curto-Prazo mínimo (*Valor Conhecido*);  $r_{l+1}^+$  é a variação positiva do PLD para o mês  $(l + 1)$  (*Valor Conhecido*) e  $r_{l+1}^-$  a variação negativa do PLD para o mês  $(l + 1)$  (*Valor Conhecido*);  $K_{t,s}$  é o parâmetro de conservadorismo associado ao ano  $t$  e cenário  $s$  (*Valor Conhecido*);  $FEC$  é a energia firme da hidrelétrica (*Valor Conhecido*).

Dentro do conjunto de variáveis de decisão do modelo,  $z_t$  é uma variável de decisão auxiliar para o cálculo  $\alpha$ -CVaR que assume o lucro referente ao  $\alpha$ -VaR para cada ano  $t$ ;  $\delta_{t,s}$  é uma variável auxiliar do  $\alpha$ -CVaR que representa o desvio para a esquerda em cada cenário de lucro  $s$  para a variável  $z_t$  em cada ano  $t$ ;  $L_{t,s}^*$  é o lucro de estresse da geradora para cada cenário  $s$  e ano  $t$  (*Variável de Decisão*);  $\Omega_{t,s}^*$  é a receita líquida de liquidação de diferenças no curto prazo para cada cenário  $s$  e ano  $t$  (*Variável de Decisão*);  $v_{l,s}^+$  é a variável que define o montante da variação positiva do PLD no mês  $l$  e cenário  $s$ ; e  $v_{l,s}^-$  que define o montante de variação negativa do PLD no mês  $l$  e cenário  $s$ .

Os conjuntos utilizados neste modelo podem ser definidos da seguinte forma:  $A$  é o conjunto de anos;  $M(t)$  é o conjunto de meses do ano  $t$ ; e  $\tilde{M}(t)$  é o conjunto de meses de janeiro a novembro do ano  $t$ ; e por fim,  $S$  é o conjunto de cenários.

O bloco de expressões (5)-(10) dizem respeito ao primeiro nível do problema de otimização, que visa determinar a quantidade ótima a contratar ( $E$ ), e o (11)-(21) se referem ao segundo nível, que visa definir o *PLD de estresse* em função da decisão do primeiro nível. A expressão (5) representa a combinação convexa (dada pelo peso  $\lambda \in [0,1]$ ) entre o CVaR e o valor esperado da distribuição de lucro de estresse. As restrições (6) e (9) são referentes ao CVaR já apresentado. Assim como (1), a equação (7) representa o lucro líquido do gerador em que a segunda componente, referente à receita líquida de compra/venda das diferenças entre produção e montante contratado no curto prazo, é modelada como subproblema de otimização que definirá o PLD de estresse. A restrição (10) garante que a contratação do gerador seja menor que a sua energia firme.

De acordo com a lógica do problema do segundo nível (11)-(21), para uma dada solução do nível superior, o segundo nível encontrará um conjunto de PLD's que proporcionará o pior resultado financeiro anual para cada cenário de geração. Assim,  $\Omega_{t,s}^*$  é a componente do lucro que representa a renda líquida anual no spot para o *PLD de estresse*, que foi encontrado "sob medida" pelo subproblema para o cenário de geração  $s$  e montante contratado  $E$ . As restrições (12)-(21) ditam o comportamento de cada cenário de PLD. Em (12), temos que o PLD deve se comportar como um *preço de referência* (variável exógena ao modelo e definida pelo tomador de decisão – por exemplo, o valor esperado) mais uma variação positiva ou negativa, assumindo, em alguns meses, seu piso ou

teto. Os valores de máxima e mínima variação são dados exógenos ao modelo e também definidos pelo tomador de decisão. Tais valores devem ser definidos de maneira a representar a percepção e aversão a risco do decisor.

A variação do *PLD de estresse com relação ao preço de referência*<sup>1</sup> é limitada pela equação (13), uma vez que a soma da variação deve ser menor que um parâmetro  $K_{ts}$ , que em um contexto bastante geral pode depender dos cenários de geração. Entretanto, neste primeiro trabalho, vamos assumir esse parâmetro constante<sup>2</sup>. Por fim, as restrições (14) e (15) ditam o comportamento do Preço de Curto-Prazo na passagem de um mês para outro: o PLD de um determinado mês não pode exceder o valor do mês anterior acrescido de uma variação positiva (15), assim como não pode estar abaixo do valor do mês anterior acrescido de uma variação negativa (14). Este conjunto de restrições garante ao Preço de Curto-Prazo um comportamento realista entre os meses do ano. As variáveis duais associadas às restrições (12)-(20), listadas ao lado de cada restrição, serão utilizadas para construir o modelo equivalente de um nível na próxima subseção.

#### 4.3 Modelo de otimização equivalente de um nível

O problema de dois níveis apresentado acima não pode ser resolvido de maneira trivial. Este modelo pode ser entendido como uma generalização de modelos de otimização robusta e estocástica [8][9] e pode ser transformado em um problema equivalente de um nível conforme segue:

$$\underset{\substack{E, \delta_{t,s}, L^* \\ \mu, \beta, \gamma \\ \theta, \varphi, \eta \\ \rho, \sigma, \omega}}{\text{Maximizar}} \sum_{t \in A} \left[ \left( z_t - \sum_{s \in S} \frac{p_s \delta_{t,s}}{(1-\alpha)} \right) \cdot \lambda + \left( \sum_{s \in S} p_s L^*_{t,s} \right) \cdot (1-\lambda) \right] \cdot (1+J)^{-t} \quad (22)$$

sujeito a:

$$\delta_{t,s} \geq z_t - L^*_{t,s}; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (23)$$

$$L^*_{t,s} = \sum_{l \in M(t)} [(P \cdot E) \cdot h_l - G_{l,s} \cdot c_l] + \sum_{l \in M(t)} (\bar{\pi}_l \cdot \mu_{l,s} + \underline{\pi}_l \cdot \sigma_{l,s} - \bar{\pi}_l \cdot \omega_{l,s} - \eta_{l,s} - \rho_{l,s}) - K_{t,s} \cdot \beta_{t,s} - \bar{\pi}_t \cdot \varphi_{t,s}; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (24)$$

$$E \leq FEC \quad (25)$$

$$\mu_{l,s} - \varphi_{t,s} + \sigma_{l,s} - \omega_{l,s} + \gamma_{l-1,s} - (1 - r_{l+1}^-) \cdot \gamma_{l,s} - \theta_{l-1,s} + (1 - r_{l+1}^+) \cdot \theta_{l,s} \leq (G_{l,s} - E \cdot h_l); \quad \forall l \in M(t), t \in A, s \in S \quad (26)$$

$$\Delta \pi_l^+ \cdot \mu_{l,s} + \beta_{t,s} + \eta_{l,s} \geq 0; \quad \forall l \in M(t), t \in A, s \in S \quad (27)$$

$$\Delta \pi_l^- \cdot \mu_{l,s} - \beta_{t,s} - \rho_{l,s} \leq 0; \quad \forall l \in M(t), t \in A, s \in S \quad (28)$$

$$\delta_{t,s} \in \mathbb{R}_+; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (29)$$

$$E \in \mathbb{R}_+; \quad (30)$$

$$\gamma_{l,s}, \theta_{l,s}, \eta_{l,s}, \rho_{l,s}, \sigma_{l,s}, \omega_{l,s} \in \mathbb{R}_+; \quad \forall l \in M(t), s \in S \quad (31)$$

$$\beta_{t,s}, \varphi_{t,s} \in \mathbb{R}_+; \quad \forall t \in A, s \in S. \quad (32)$$

Com base nos resultados de teoria de dualidade, podemos substituir a variável  $\Omega^*_{t,s}$  da expressão (7) pela função objetivo do problema dual associado a (11)-(21). Essa troca dá origem à expressão (24) do modelo de um nível equivalente. Uma vez que toda a solução viável dual produz uma função objetivo dual que é um limite inferior para a sua contraparte primal, sendo igual no ótimo (máximo) [11], as restrições de viabilidade dual (26)-(28), (31) e (32) do subproblema (11)-(21) garantem que o lucro de estresse no modelo equivalente (24) reproduza a expressão (7) do problema original de dois níveis. Na prática, o problema de otimização não linear formulado em (5)-(21) é solucionado indiretamente através do problema de programação linear (22)-(32), que pode ser resolvido por pacotes comerciais de otimização [10]. A seguir, será apresentado um estudo de caso utilizando esta metodologia com dados realistas do setor elétrico brasileiro.

#### 5.0 - ESTUDO DE CASO

A CDC reúne toda a informação necessária para a tomada de decisão durante processos licitatórios (nos leilões do ACR) e também em negociações bilaterais (no ACL). Neste estudo de caso, abordaremos o caso simples de uma

<sup>1</sup> Em um contexto mais geral, esse modelo pode facilmente contemplar um conjunto de cenários de preços de referência. Neste contexto, o PLD de estresse seria definido como variações sobre uma distribuição de probabilidade de preços de referência. Na teoria de decisão, esse efeito é comumente denominado de ambiguidade (incerteza na própria distribuição de probabilidade dos parâmetros aleatórios).

<sup>2</sup> É importante ressaltar que o parâmetro de conservadorismo  $K_{ts}$  permite que esse modelo apresente diferenciados níveis de estresse para o PLD em função do cenário de geração. Por exemplo, poderíamos pensar em uma modelagem na qual, em um cenário de déficit de energia, o PLD apresentasse um nível de estresse mais elevado do que em cenários de sobra de energia.

empresa geradora hidrelétrica com apenas uma unidade geradora de 100 MWmed de lastro contratual (garantia física) utilizando [2].

Consideramos uma usina hidrelétrica inserida no MRE e obtivemos os cenários de geração para as contabilizações financeiras através da simulação operativa do sistema elétrico brasileiro (baseado no PMO de abril de 2007 [12]). O contrato para o qual a CDC será avaliada foi escolhido como um contrato de energia *flat* para um período de cinco anos de duração, similar aos contratos leiloados todos os anos pelas distribuidoras como forma de recontratar energia existente. O nível de significância escolhido para o CVaR é de 95% ( $\alpha = 0.95$ ) e o peso dado para a combinação entre o valor esperado do lucro líquido de estresse e o CVaR na função objetivo é de 50% ( $\lambda = 0.5$ ). Além disso, o custo do capital no tempo escolhido foi de  $J = 10\%$  ao ano (real). Assim, a Curva de Disposição a Contratar pode ser construída para diferentes perfis de risco: (i) Neutra ao risco com cenários de PLD simulados, (ii) Aversa ao risco utilizando cenários de PLD simulados, (iii) Aversa ao risco utilizando robustez no PLD para diferentes valores de  $K$ . Os perfis (i) e (ii) são melhores detalhados em [2].

Na figura 2, a CDC é mostrada para um intervalo de preço de 50 a 150 R\$/MWh. De acordo com esta figura, a curva neutra ao risco ( $\lambda = 0$ ) é um degrau que salta de 0 para 100% de contratação da garantia física (100 MWmed) ao passar de 110 para 120 R\$/MWh (valor esperado do PLD no horizonte de estudo). Este comportamento é esperado uma vez que, a partir deste preço, o valor esperado do lucro do gerador com o contrato é superior à receita esperada no mercado de Curto-Prazo. Entretanto, este comportamento não é observado nos casos de aversão ao risco. Eles tenderão a buscar um *mix* entre a venda no mercado de Curto-Prazo e a proteção com contratos bilaterais a fim de mitigar o risco do portfólio. Além disso, esta curva considera o risco associado à alta contratação, mesmo para preços superiores a 120 R\$/MWh, conhecido como risco de *preço e quantidade*. Nesse sentido, a solução ótima deixa descontratada uma certa quantidade de lastro da usina de maneira a criar uma proteção (*hedge*) contra hidrologias desfavoráveis, também conhecido como *Hedge Hidrológico*.

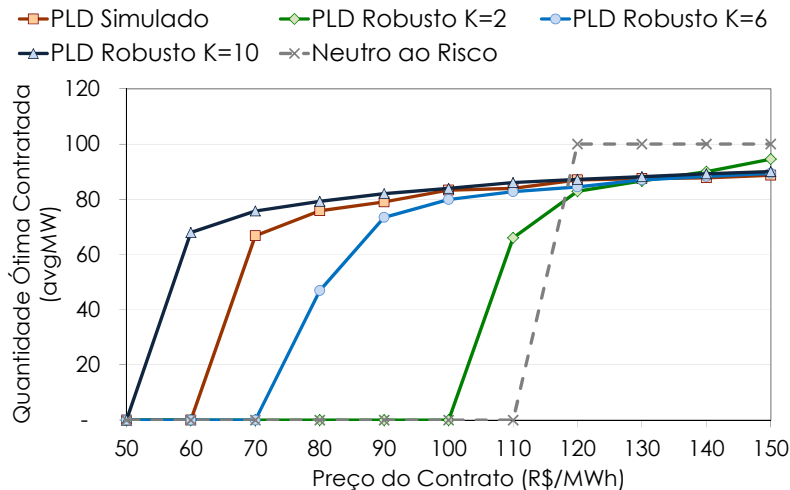


FIGURA 2 – Curvas de Disposição a Contratar para diferentes cenários de PLD.

É importante reparar o comportamento da curva para os diferentes valores do parâmetro  $K$ . Este parâmetro é uma medida de conservadorismo referente ao PLD. Observa-se que, para valores pequenos, exemplo  $K = 2$ , o preço inicial de contratação é 110 R\$/MWh com uma contratação de, aproximadamente, 65 MWmed. À medida que o valor de  $K$  aumenta, o que representa uma redução no conservadorismo no *PLD de estresse*, com mais meses fora do *PLD de referência*, vemos uma redução no preço inicial de contratação. Este comportamento se deve ao aumento da agressividade do PLD contra o gerador. Assim, ele passa a utilizar a proteção dos contratos bilaterais, mesmo que a preços menores, para se proteger desta agressividade.

Podemos plotar o Custo Econômico no Curto-Prazo (CEC) utilizando o *PLD de estresse* para diferentes valores de  $K$  e o PLD simulado. Este custo é dado por  $-\Omega_{t,s}^*$  (negativo da renda líquida no curto prazo). Observamos, na figura 3, que a inclinação da reta de regressão é maior que um, indicando que os cenários de PLD simulado são sistematicamente mais pessimistas que os de PLD de estresse até  $K = 10$ . É importante notar que, neste caso, os cenários de PLD simulados são muito bem explicados pelo PLD robusto ( $R^2 > 0.9$ ), o que sugere que a operação do sistema produz preços que “atuam” como preços de estresse, ou seja, que proporcionam o pior resultado financeiro.

Como podemos observar na tabela 1, a partir de  $K = 10$ , a inclinação da reta de regressão passa a ser menor que um, indicando que, a partir destes valores de  $K$ , o PLD robusto passa a ser mais pessimista que o simulado.

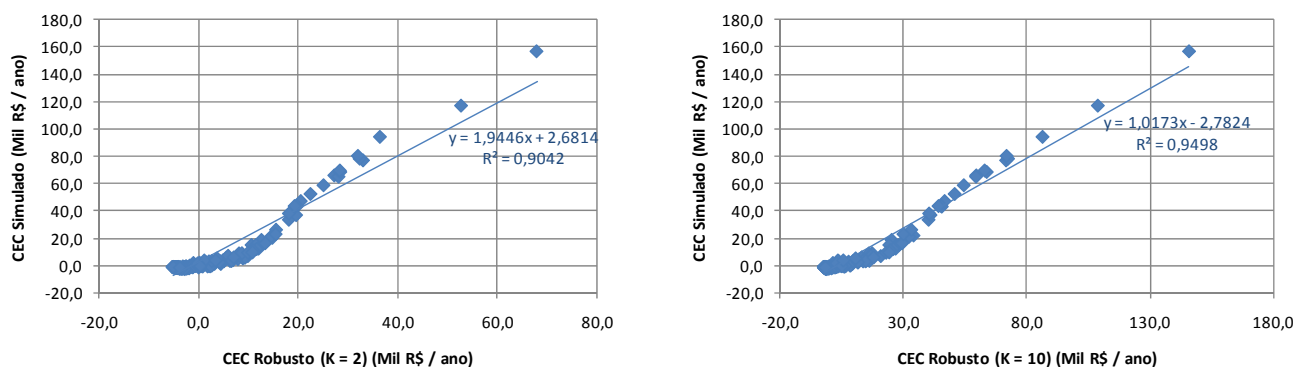


FIGURA 3 – CEC Simulado versus CEC Robusto para  $K = 2$  e  $K = 10$ .

Tabela 1 – Coeficientes angulares das regressões do CEC Simulado nos CEC Robustos para diferentes valores de  $K$ .

$K$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Coef. Angular</b>	2.36	1.94	1.67	1.47	1.33	1.22	1.14	1.09	1.05	1.02	1.00	0.98

Por fim, é importante ressaltar que, apesar de este estudo de caso ser a construção de uma CDC para uma hidrelétrica, esta metodologia pode ser utilizada em muitas outras aplicações, substituindo cenários estocásticos do PLD pela robustez do modelo apresentado, como exemplo, a decisão do portfólio ótimo de energia renovável de uma comercializadora (ver [3] e [4]).

## 6.0 - CONCLUSÃO

Neste trabalho foi estabelecida uma nova metodologia, utilizando um *mix* entre otimização robusta e estocástica, de construção da Curva de Disposição a Contratar para uma geradora hidrelétrica robusta ao PLD. Nesta proposta, a caracterização da incerteza no preço de curto prazo, PLD, é feita através da definição de cenários de estresse endógenos ao modelo de decisão. Esta abordagem proporciona uma alternativa para os atuais modelos baseados em simulação de preços e constitui uma novidade para modelos baseados em cenários de estresse estáticos (definidos pelo decisor). Por fim, um caso de estudo com dados realistas do setor elétrico brasileiro estendeu e comparou os resultados publicados em [2] para a metodologia aqui proposta. Entendemos que existem diversas linhas de extensão para o modelo aqui proposto. Algumas delas são: definição de restrições mais realistas para o PLD de estresse, definição de um parâmetro de conservadorismo estocástico e correlacionado com a geração da usina e a consideração de preços de curto prazo de referência estocásticos.

## 7.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Street, "Estratégia de Oferta de Geradoras em Leilões de Contratação de Energia Elétrica". Rio de Janeiro, 2004, 103p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio).
- [2] A. Street, L. A. Barroso, S. Granville, M. V. Pereira, "Bidding Strategy under Uncertainty for Risk-Averse Generator Companies in a Long-Term Forward Contract Auction," Power & Energy Society General Meeting, 2009. PES '09. IEEE, vol., no., pp.1-8, 26-30 July 2009.
- [3] A. Street, "Equivalente Certo e Medidas de Risco em decisões de Comercialização de Energia Elétrica". Rio de Janeiro. 2008. 174p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio).
- [4] A. Street, L. A. Barroso, S. Granville, and M. V. Pereira, "Risk constrained portfolio selection of renewable sources in hydrothermal electricity markets," IEEE Trans. Power Syst., vol. 24, no. 3, pp. 1136–1144, Aug. 2009.
- [5] A. Street, "On the Conditional Value-at-Risk Probability Dependent Utility Function". Theory and Decision, v. 68, p. 49-68, 2010.
- [6] P. Artzner, F. Delbaen, J.-M. Eber, and D. Heath, "Coherent measures of risk," Math. Fin., vol. 9, no. 3, pp. 203–228, 1999.
- [7] R. T. Rockafellar and S. P. Uryasev, "Optimization of conditional value-at-risk," J. Risk, pp. 21–41, 2000.
- [8] D. Bertsimas and M. Sim, "The price of robustness," Operations Research., vol. 52, no. 1, pp. 35–53, Jan.–Fev. 2004.
- [9] Birge, J., Louveaux, F., "Introduction to Stochastic Programming," Springer, New York, 1997.
- [10] Xpress Optimization Suite. [Online]. Available: <http://www.fico.com/>.
- [11] V. Chvatal, "Linear programming", W.H. Freeman & Co, New York, 1983.
- [12] Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). Website: [www.ons.org.br](http://www.ons.org.br).