

# Avaliação do Uso de Restrições

## Probabilísticas para a Superfície de Aversão a Risco no Problema de Planejamento de Médio Prazo da Operação Hidrotérmica

Grupo de Estudos de Operação de  
Sistemas Elétricos- GOP

L. F. Rodrigues

A. L. Diniz

R. B. Prada



# Motivação e Contribuições

## Motivação

Alternativa para representar aversão a risco no planejamento da operação hidrotérmica, resolvido por PDDE **[Pereira,Pinto,91] [Maceira,93]**

- Idéia similar à Superfície de Aversão a Risco SAR: proteger o sistema através de uma superfície de armazenamento mínimo para os reservatórios **[PSR,08] [Vasconcellos,16]**
- No entanto, ao invés de proteger o sistema para determinado cenário crítico, controla-se a probabilidade do risco de déficit no futuro, para uma dada distribuição de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias

## Contribuição

- Investigar a utilização da restrição probabilística como um critério de segurança na Programação Dinâmica Dual Estocástica PDDE **[Charnes, Cooper,59]**
- Utilizar na PDDE um critério de risco de não suprimento (%), ao contrário de atender ou não um cenário crítico **[Diniz, Henrion,15]**

# Programa

---

## Revisão bibliográfica

- Problema de Planejamento Hidrotérmico
- Problema de Planejamento Hidrotérmico – Abordagens Aversão a Risco

## Proposta do Trabalho

- Superfície de Aversão a risco com restrições probabilísticas
- Formulação Matemática do Subproblema CCP-SAR
- LTHTP com restrições probabilísticas - Integração à PDDE
- Resultados Numéricos
- Conclusão



## Abordagem Neutra ao Risco

### Função Objetivo

$$\min \mathbb{E} \left[ \underbrace{\left( \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{NT} cgterm_j(GTERM_j^{t,\omega}) + cdef(Def_j^{t,\omega}) \right)}_{\text{Geração Térmica+Déficit+ Função de Custo Futuro}} + FCF(x^t) \right]$$

**Geração Térmica+Déficit+ Função de Custo Futuro**

### Restrições

#### Atendimento a demanda

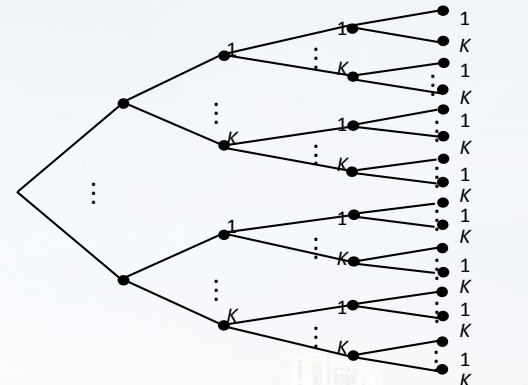
$$\sum_{i \in H_j} GHID_i^{t,\omega} + \sum_{i \in T_j} GETERM_i^{t,\omega} - \sum_{i \in T_j} INT_i^{t,\omega} + Def_j^t = D_j^t \quad \forall t, \omega, j$$

#### Balanço hídrico

$$EARM_s^t = EARM_s^{t-1} - GHID_i^{t,\omega} + \underbrace{\xi_s^{t,\omega} | (\xi_{s,p-1,\dots,p}^{t-p,\omega}, \zeta)}_{\text{Modelo Par-P}} \quad \forall t, \omega, j$$

**Modelo Par-P** [Maceira, Bezerra,97]

+ Outras restrições da operação...



[Penna,Maceira,Damazio,11]

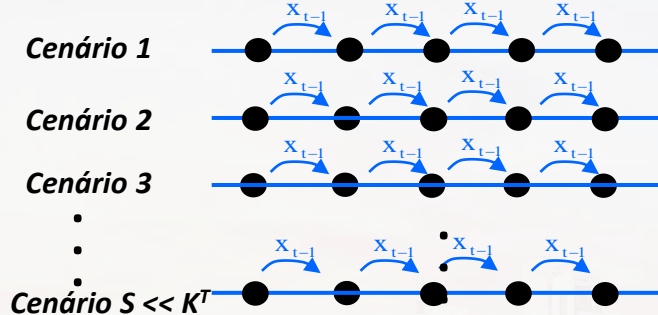
[Maceira,Duarte, Penna, Moraes, Melo,2008]

[Diniz, Vasconcellos, Penna,2014]

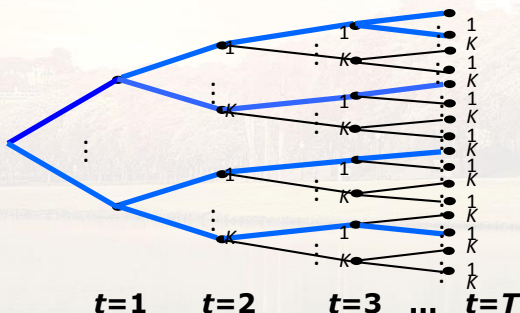
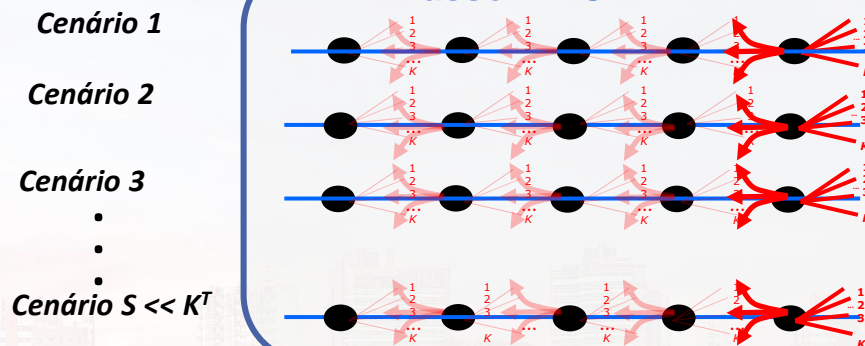
## Estratégia de Solução- PDDE (Programação Dinâmica Dual Estocástica)

[Pereira,Pinto,91]  
[Maceira,93]

### Passo FORWARD



### Passo BACKWARD



**Corte de Benders**

$$\varphi_t(x_{t-1}) \geq \sum_{\omega=1, \dots, K} p_{\omega} \left[ z_{t,\omega^*} + \left\langle \frac{\partial z_{t,\omega^*}}{\partial x_{t-1}} (\hat{x}_{t-1,S^*}), x_{t-1} - \hat{x}_{t-1,S^*} \right\rangle \right]$$

**Retorno:**

**Política ótima de operação**

## Curva de Aversão a Risco (CAR): [ONS,13]

Curva de Armazenamento mínimo para proteger o sistema de cenários críticos

## Otimização com CVaR

[Philpott,Matos,10]

[Shapiro,Tekaya,Costa, Soares, 12]

[Shapiro,10]

[Diniz, Tcheou, Maceira, 12]

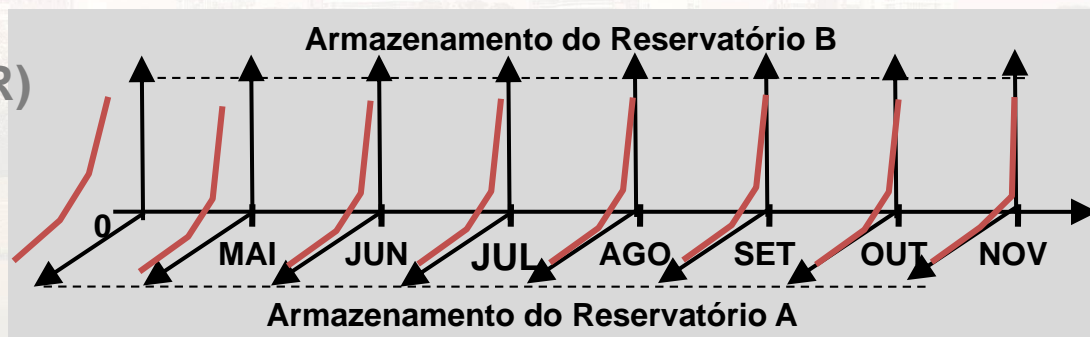
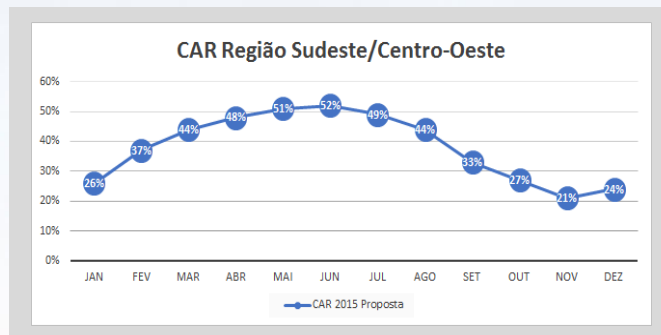
## Superfície de Aversão a Risco (SAR)

[PSR,08]

[Diniz, Maceira,Vasconcellos, Penna, 14]

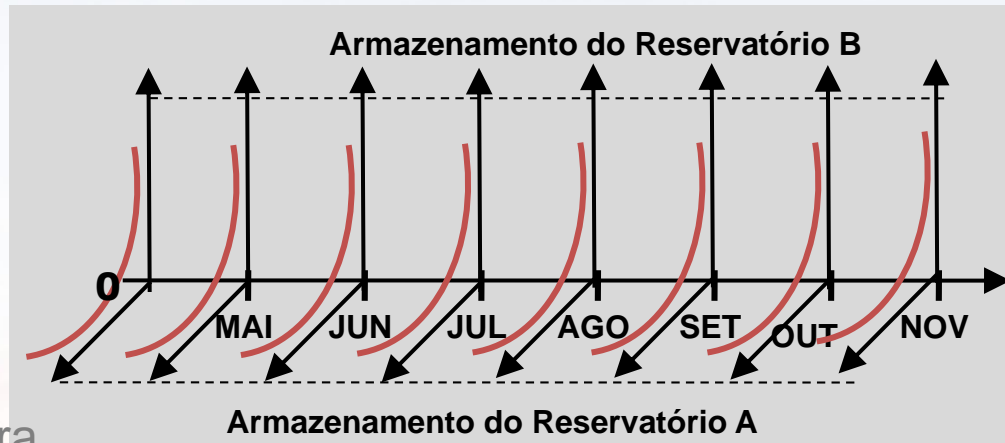
[Vasconcellos,16]

[Diniz, Maceira, Vasconcellos, Penna, 16]

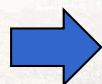


## Superfície de Aversão a risco com restrições probabilísticas

Ao invés de impor déficit nulo para um determinado cenário crítico, impor uma **probabilidade pequena de déficit para o conjunto de “todas” as possíveis realizações das afluições futuras**



**Vantagem em relação a CAR:** Considera o intercambio energético (idem SAR)



**Curva Multivariada**

**Vantagem em relação a SAR :** ao invés de proteger o sistema para todo cenário crítico, o interesse é a probabilidade do risco de déficit no futuro (CCP).



**Critério Probabilístico**



# Superfície de Aversão a risco com restrições probabilísticas

## Métodos utilizados e Desenvolvimentos Do Trabalho

✓ V.a. multivariada continua com Correlação Espaço-Temporal → Série Histórica

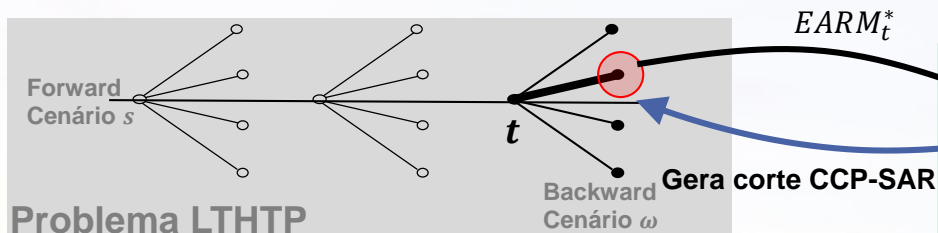
## Estratégia de resolução

- ✓ LPP para a região viável do CCP →  $x^{*(k)}$  → OSL
- ✓ Probabilidade para restrição probabilística no ponto  $x^{*(k)}$  → uso do código de Genz [Genz,92]
- ✓ Obtenção de um ponto  $\hat{x}^{(k)}$  da fronteira da região viável para restrição probabilística → Método da Bisseção [Genz,Bretz,02]
- ✓ Cálculo do Gradiente para restrição probabilística → Fórmula Recursiva [Prékopa,71]
- ✓ Construção do corte e inclusão de nova restrição no PL → Planos Cortantes [Kelly,60]

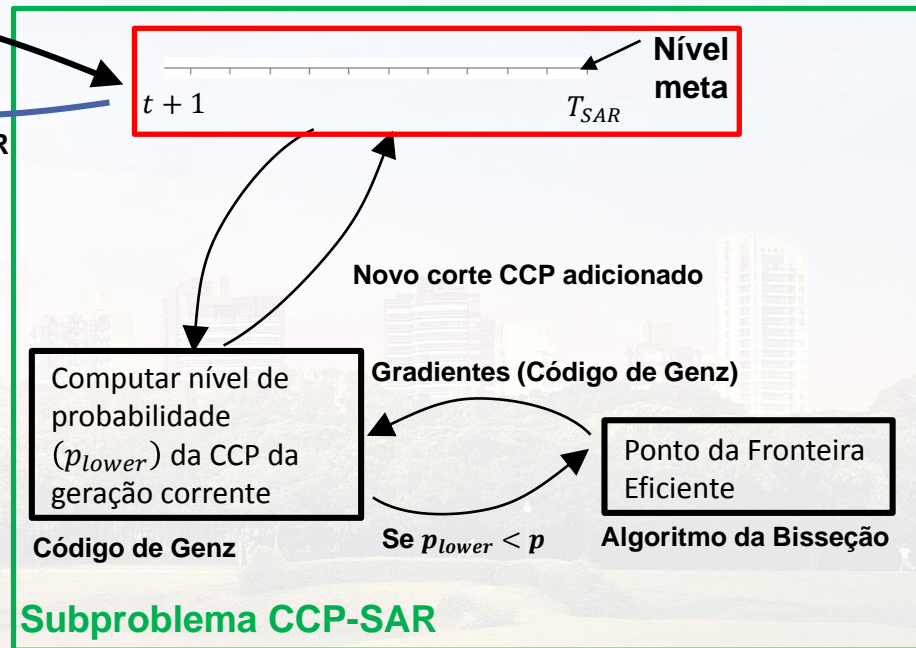
## Construção do corte CCP-SAR para o subproblema da PDDE



# LTHTP com Restrições Probabilísticas: Subproblema CCP-SAR



- As condições iniciais do subproblema CCP-SAR são os níveis finais de armazenamento dos reservatórios do primeiro nível do problema(LTHTP);
- Os cortes do subproblema CCP-SAR serão construídos se os níveis de armazenamento dos reservatórios não atenderem à restrição probabilística.



# Formulação Matemática do Subproblema CCP-SAR

## Formulação Original

$$\beta(EARM_0) = \min_x \sum_{\tau=t+1}^{T_{SAR}} \sum_{i=1}^{NSIS} Def_{\tau}^i$$

s. a:

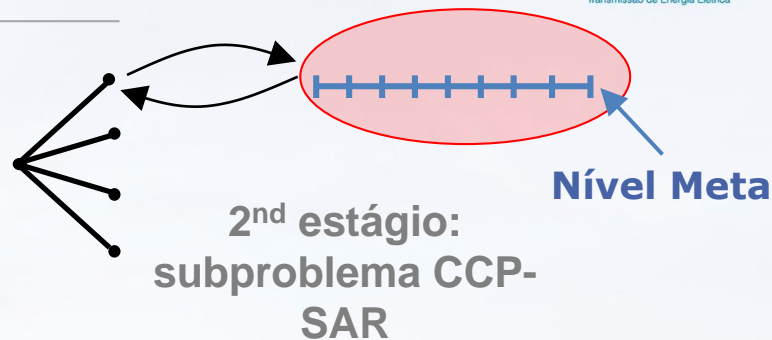
$$GTERM_{\tau}^I + \sum_{\tau}^{T_{SAR}} GHID_{\tau}^i + Def_{\tau}^i = D_{\tau} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, NREQV \\ \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \end{matrix}$$

$$\mathbb{P} \left[ \underbrace{EARM_0^i + \sum_{\tau}^{T_{SAR}} \xi_{\tau}^i - \sum_{\tau}^{T_{SAR}} GHID_{\tau}^i}_{EARM \text{ ao final de cada período } t} \geq META^i \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, NREQV \\ \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \end{matrix} \right] \geq p$$

*EARM* ao final de cada período *t*

+ Outras restrições da operação...

Déficit energético

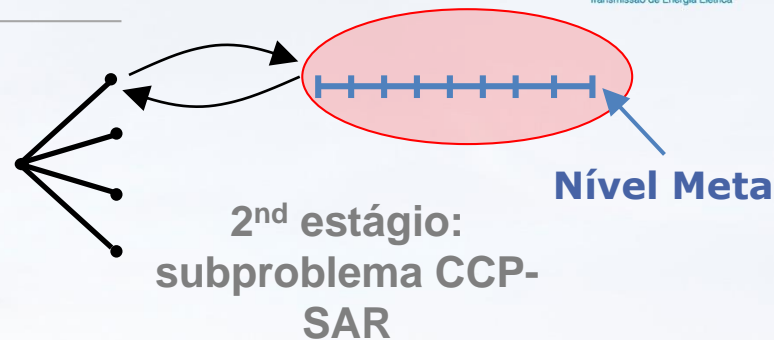


# Formulação Matemática do Subproblema CCP-SAR

## Formulação “Amigável”

$$\beta(EARM_0) = \min_x \sum_{\tau=t+1}^{T_{SAR}} \sum_{i=1}^{NSIS} Def_{\tau}^i$$

Déficit energético



s. a:

$$GTERM_{\tau}^I + \sum_{\tau}^{T_{SAR}} GHID_{\tau}^i + Def_{\tau}^i = D_{\tau} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, NREQV \\ \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \end{matrix}$$

$$\mathbb{P} \left[ \sum_{\tau}^{T_{SAR}} \xi_{\tau}^i \geq META^i - EARM_0^i + \sum_{\tau}^{T_{SAR}} GHID_{\tau}^i \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, NREQV \\ \tau = 1 = t + 1, \dots, T_{SAR} \end{matrix} \right] \geq p$$

$\eta_{\tau}^i$

$\chi_{\tau}^i$

**Reformulação Proposta**

[Diniz, Henrion, 14]



Para  $\tau = t$

$$\chi_t^i = \chi_{t-1}^i + GHID_t^i$$

# Formulação Matemática do Subproblema CCP-SAR

## Formulação Proposta [Diniz, Henrion, 14]

$$\beta(EARM_0) = \min_x \sum_{\tau=t+1}^{T_{SAR}} \sum_{i=1}^{NSIS} Def_{\tau}^i$$

s. a:

$$GTERM_{\tau}^I + \sum_{\tau=t+1}^{T_{SAR}} GHID_{\tau}^i + Def_{\tau}^i = D_{\tau} \quad i = 1, \dots, NREQV$$

$$\chi_1^i - GHID_1^i \stackrel{\tau}{=} META^i - EARM_0^i$$

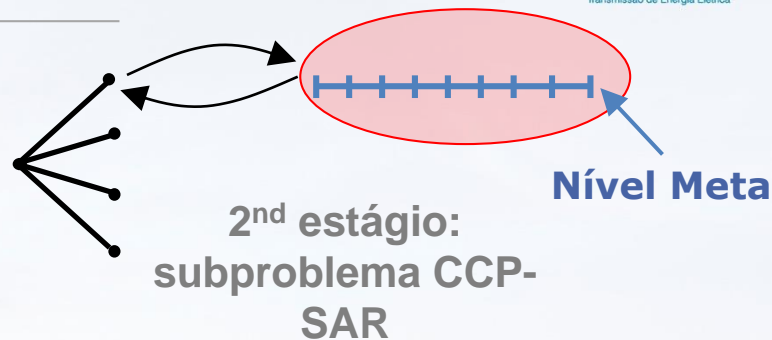
$$\chi_{\tau}^i = \chi_{\tau-1}^i + GHID_{\tau}^i$$

$$\mathbb{P} \left[ \eta_{\tau}^i \geq \chi_{\tau}^i \mid i = 1, \dots, NREQV \right] \geq p$$

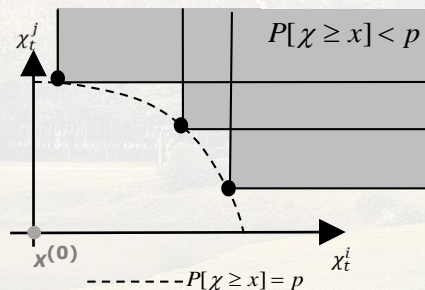
➡ Será aproximada por planos cortantes

+ Outras restrições da operação...

Déficit energético

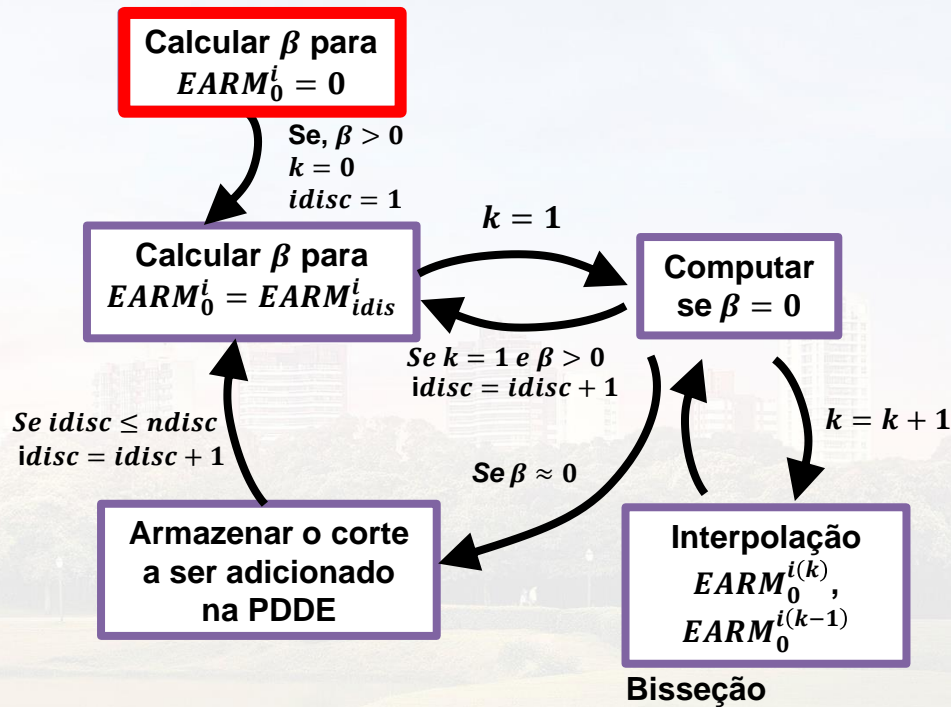
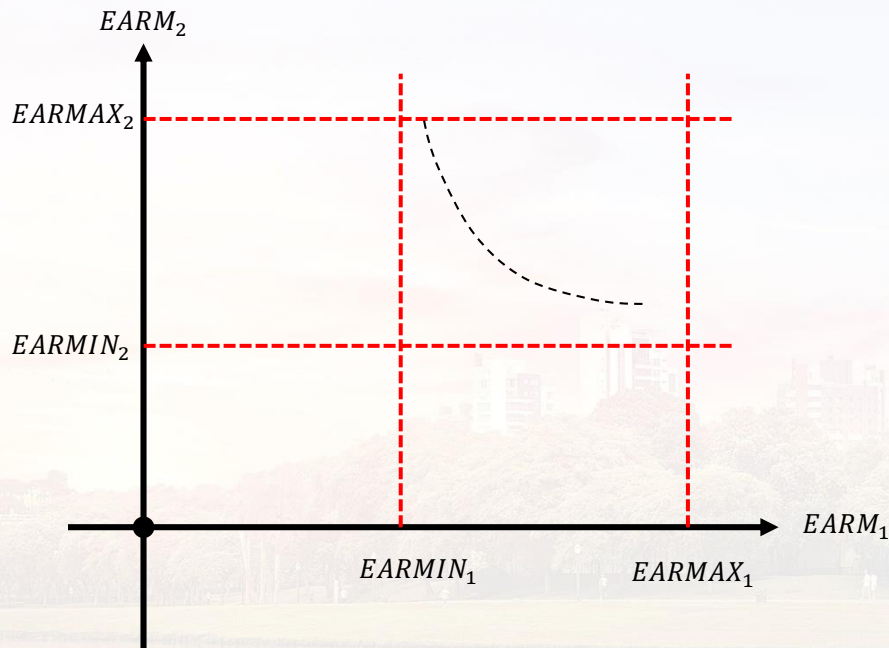


$$\chi_{\tau}^i := META^i - EARM_0^i + \sum_{\tau=t+1}^{T_{SAR}} GHID_{\tau}^i$$

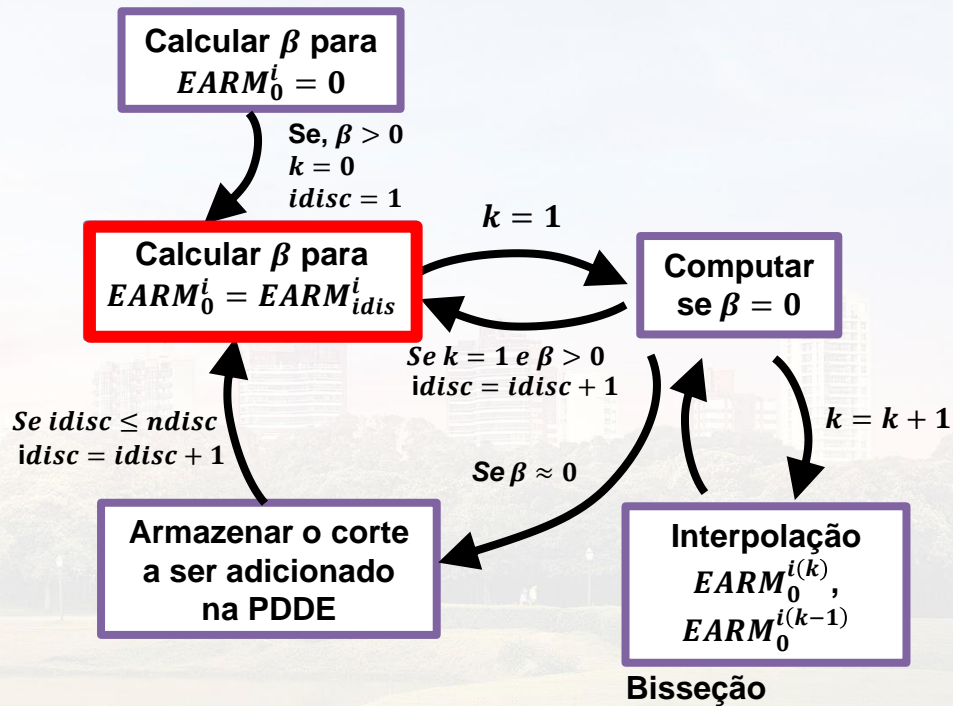
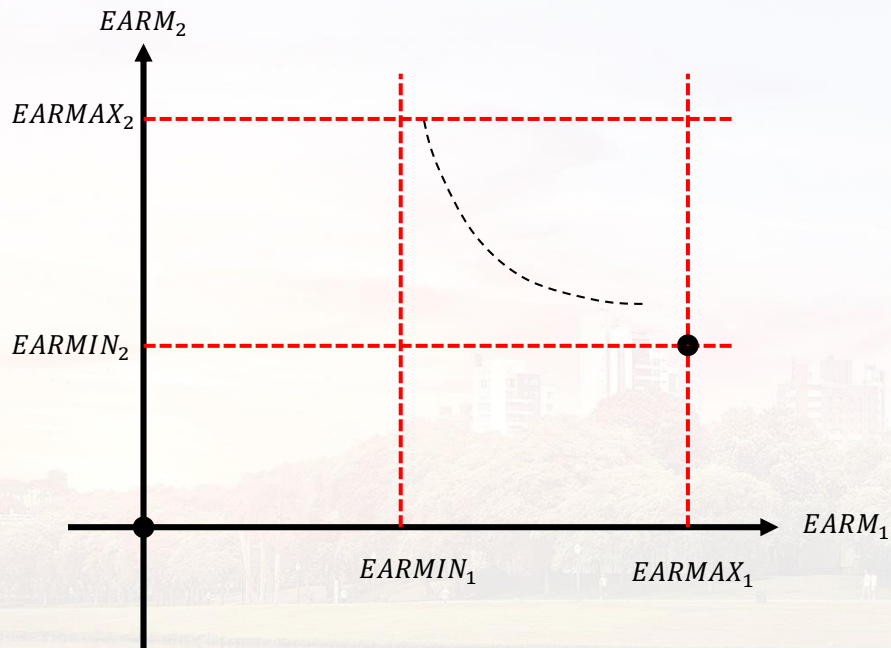




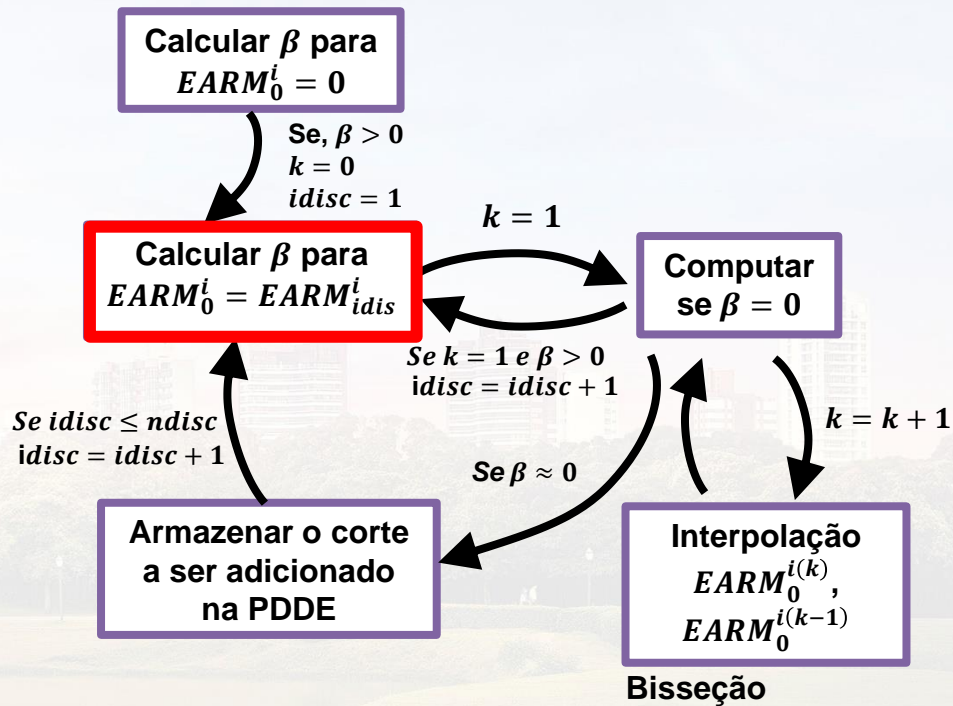
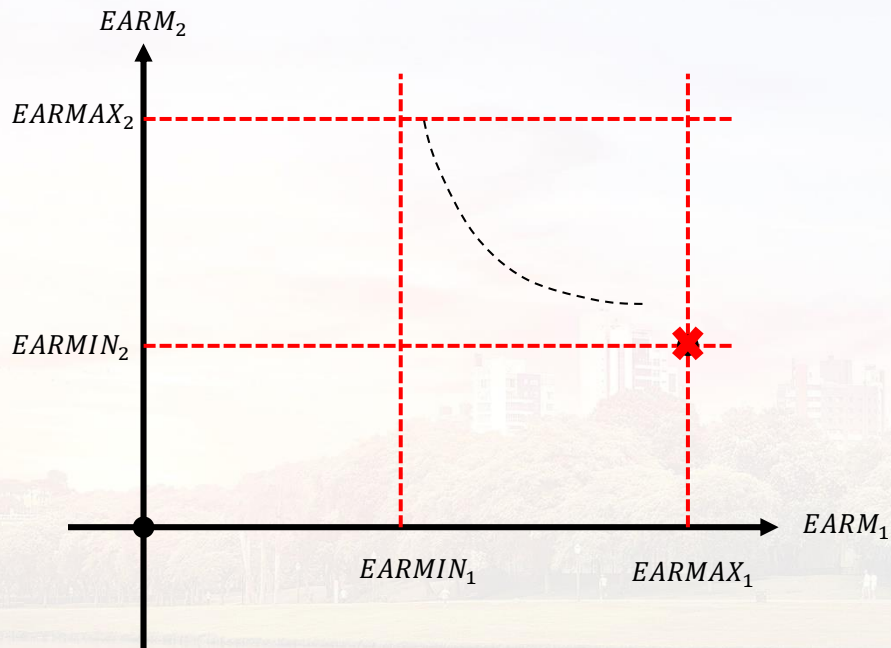
## 1) Resolver o problema CCP-SAR para $EARM_0^i = 0$



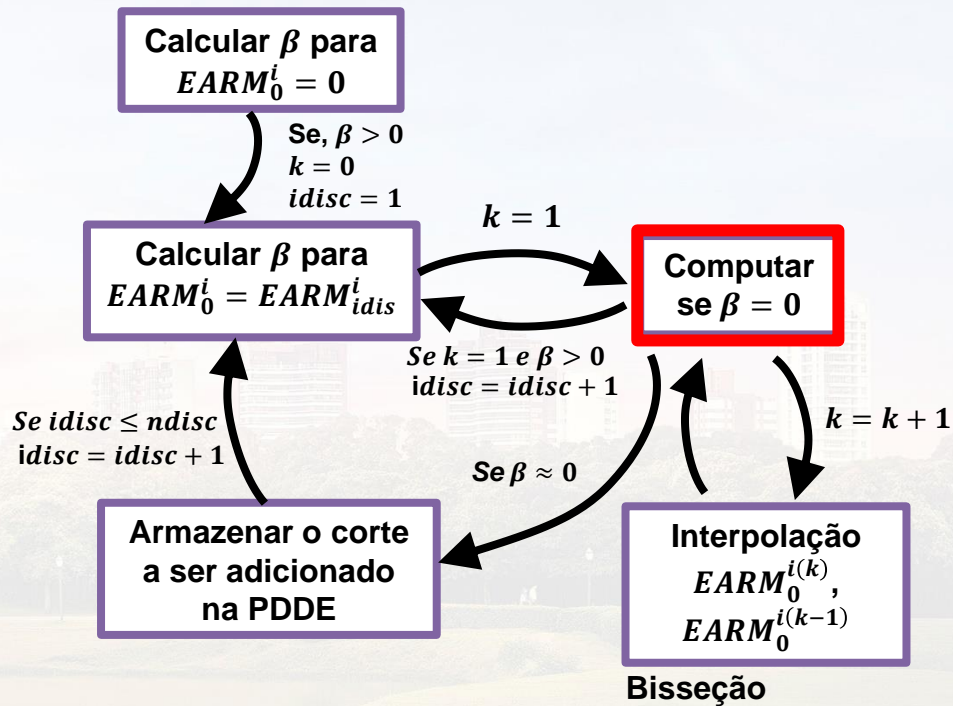
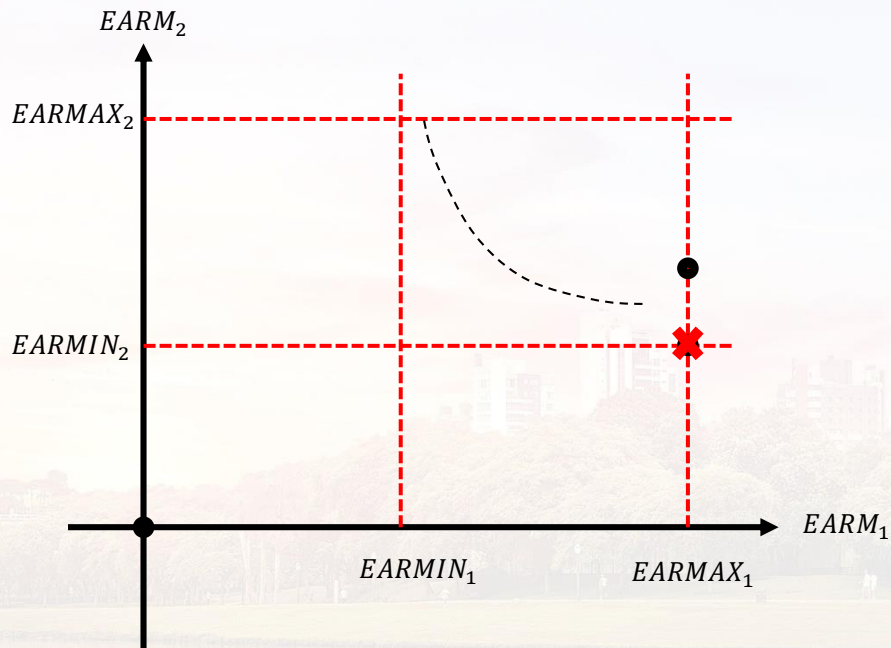
## 2) Resolver o problema CCP-SAR para a discretização corrente



## 3a) Se $\beta > 0$ , próxima discretização



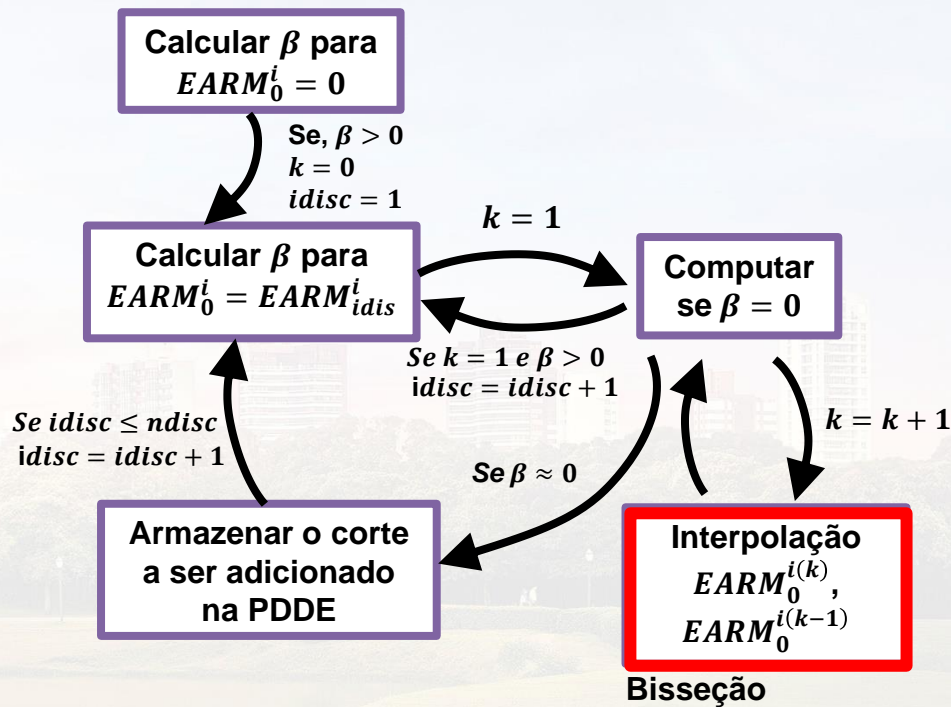
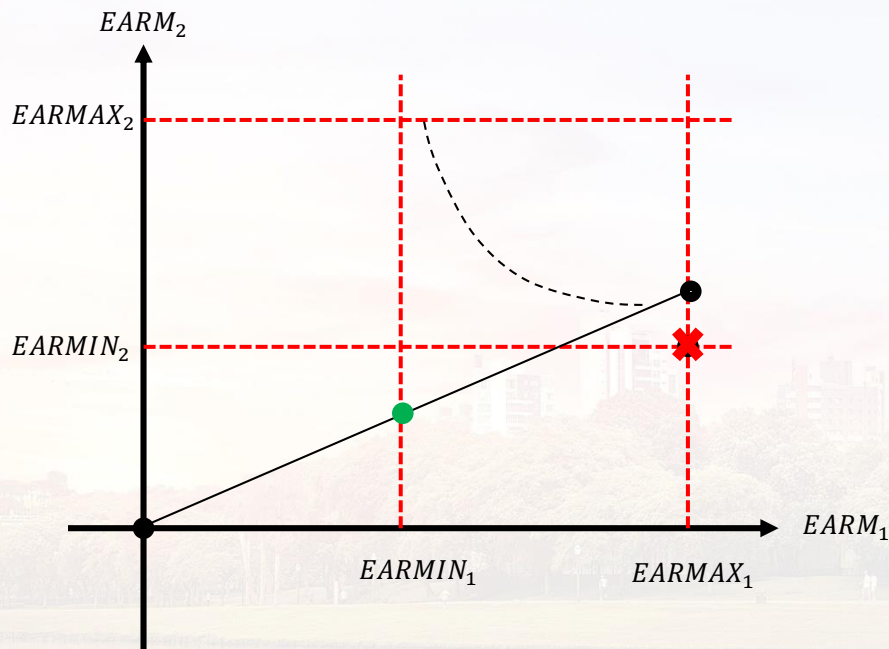
## 2) Resolver o problema CCP-SAR para a discretização corrente





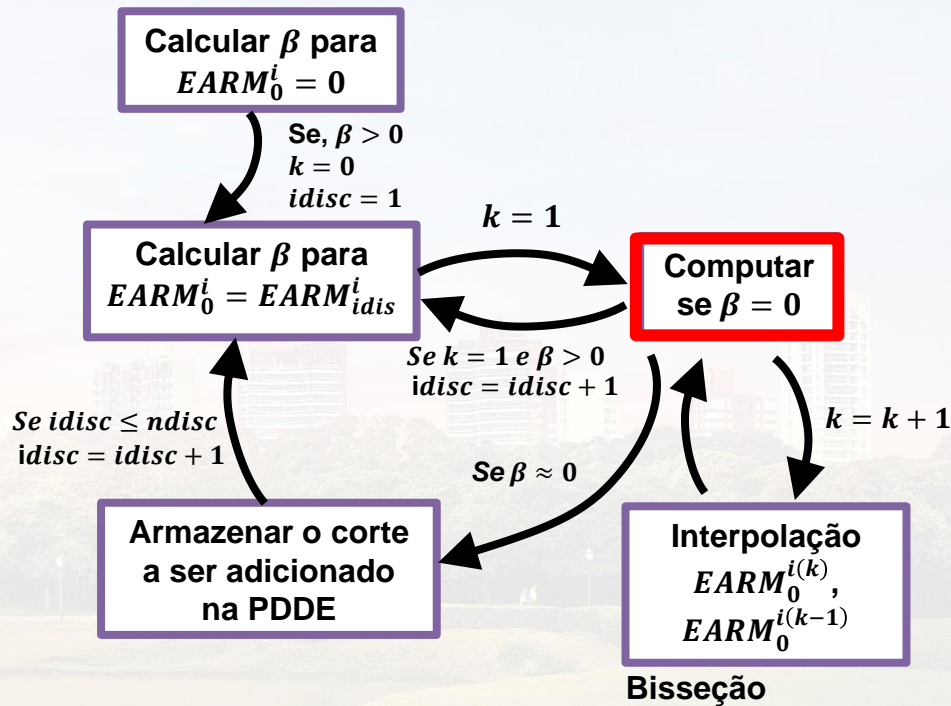
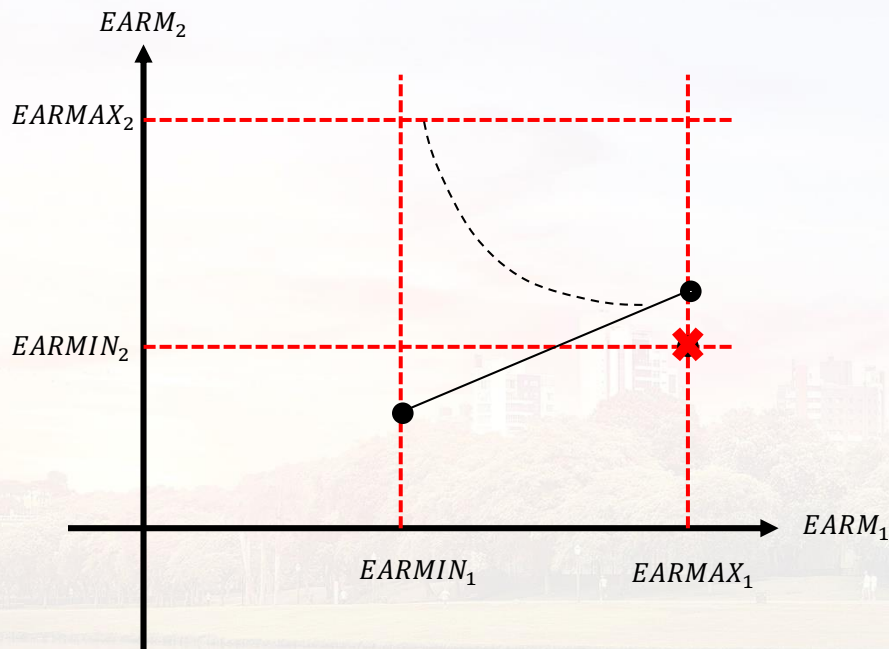
## LTHTP com restrições probabilísticas - Integração à PDDE

**3b) Se  $\beta = 0$ , interpolar progressivamente os pontos até encontrar a fronteira da região viável**



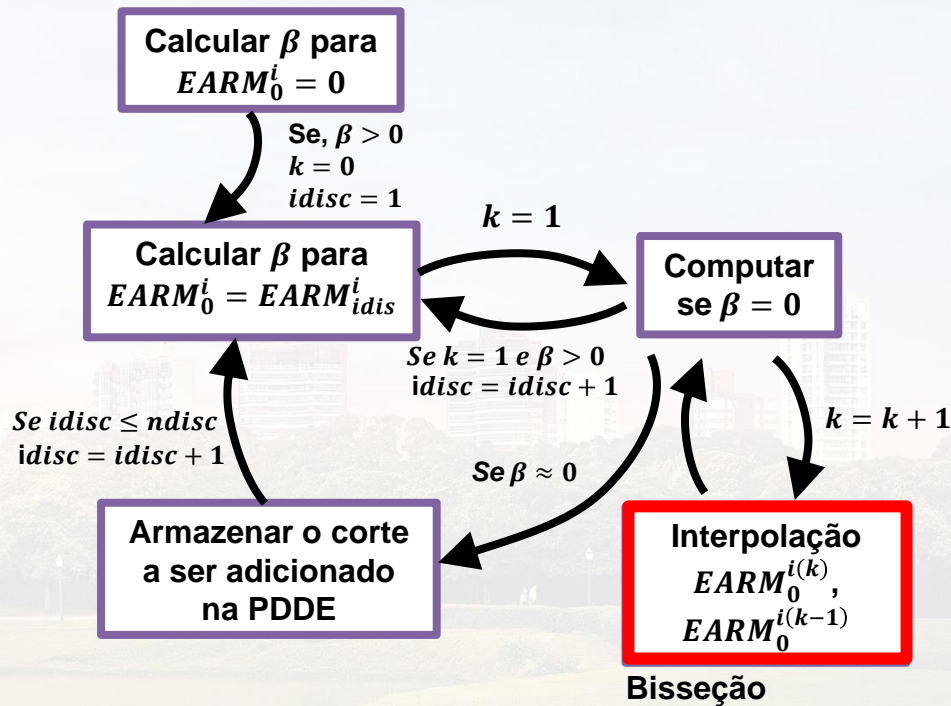
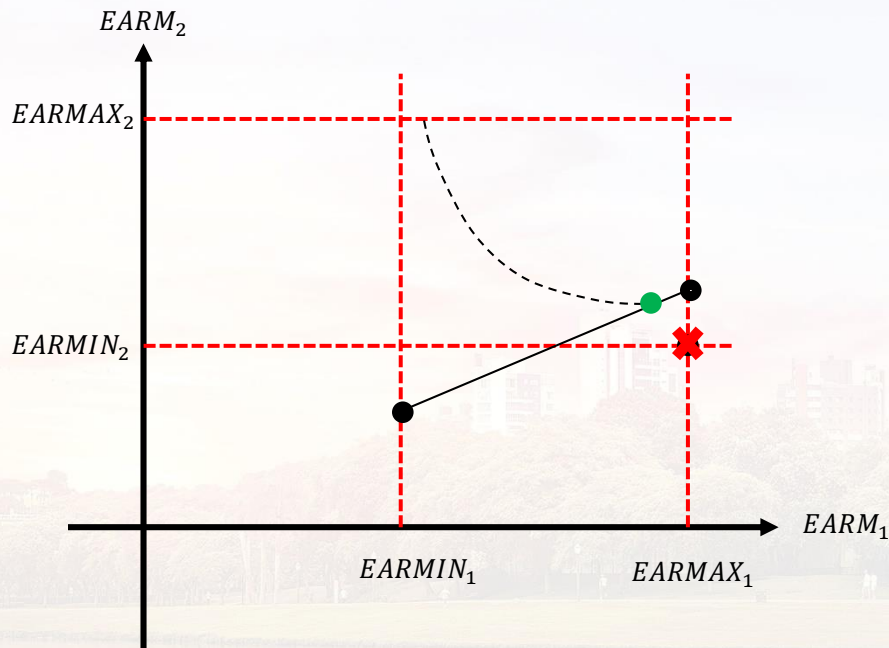
# LTHTP com restrições probabilísticas - Integração à PDDE

## 4) Checar se a solução atende a solução na fronteira da região viável



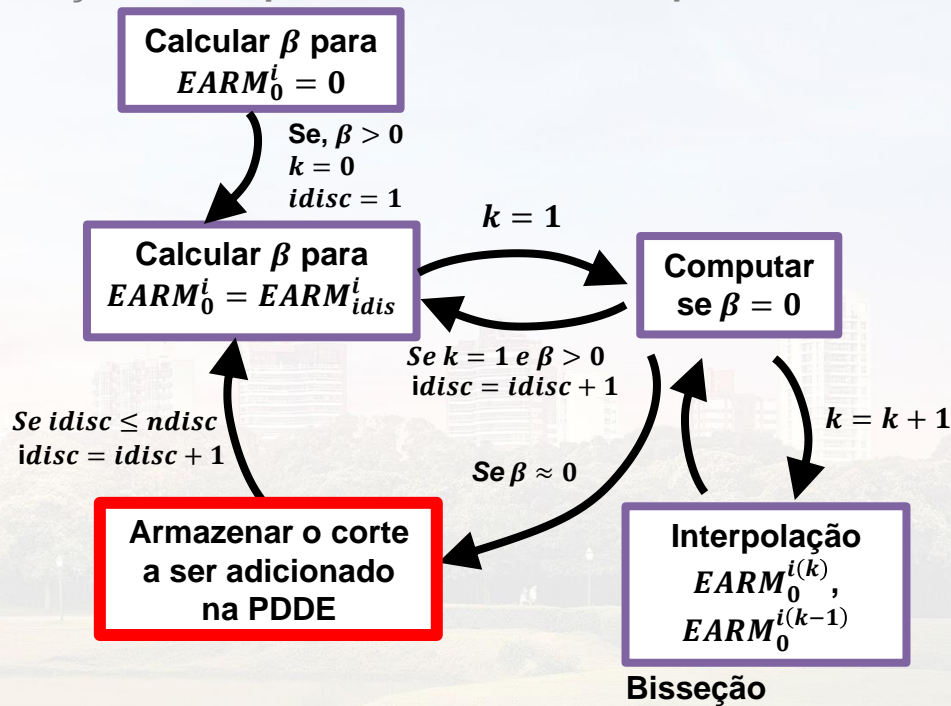
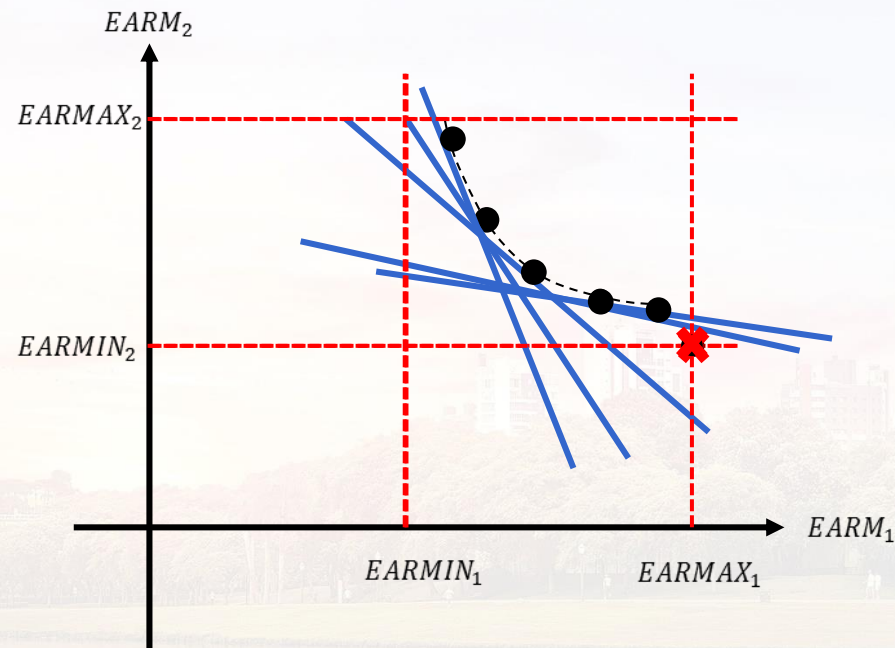
# LTHTP com restrições probabilísticas - Integração à PDDE

5) Interpolarm progressivamente os pontos até encontrar a fronteira da região viável



# LTHTP com restrições probabilísticas - Integração à PDDE

## 6) Construir um novo corte de Benders para aproximação do subproblema CCP-SAR “a priori”





## Configuração do Sistema

## 40 usinas térmicas => curva de custo quadráticas

## 2 reservatórios equivalentes (SE e NE)

Nível de probabilidade **90%**

Tolerância para o nível de probabilidade **0,01%**

## Distribuição da variável aleatória

# Distribuição Normal

## Matriz de covariância: série história de ENAS

## Subproblema CCP-SAR e Integração com a PDDE

Número de períodos: 1, 2 e 5

# Resultados Numéricos

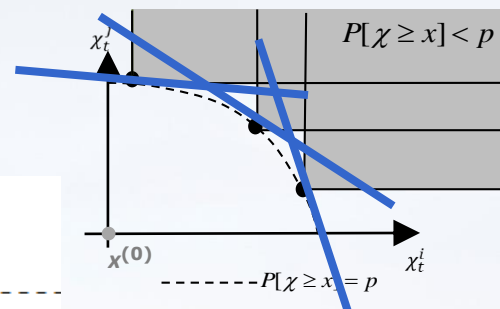
## Subproblema CCP-SAR

-----; IPER ;	1	;	2	;	1	;	2
-----; IEQV ;	1	;	1	;	2	;	2
-----; -----;	COEF	;	COEF	;	COEF	;	COEF
0.17406838 ; >= ;	0.00006674 ;	0.00011751 ;	0.00000236 ;	0.00001574			
0.17604768 ; >= ;	0.00001962 ;	0.00005707 ;	0.00004450 ;	0.00018502			
0.18473304 ; >= ;	0.00003095 ;	0.00010406 ;	0.00000849 ;	0.00010390			
0.19379115 ; >= ;	0.00003540 ;	0.00012612 ;	0.00000238 ;	0.00005034			
0.18506545 ; >= ;	0.00003757 ;	0.00011296 ;	0.00000353 ;	0.00007756			
0.18138449 ; >= ;	0.00003893 ;	0.00010583 ;	0.00000571 ;	0.00009284			
0.17948754 ; >= ;	0.00003966 ;	0.00009870 ;	0.00000817 ;	0.00010909			
0.17900766 ; >= ;	0.00003893 ;	0.00010097 ;	0.00000636 ;	0.00010132			

↑  
Lado direito

Coeficientes do 1º REQV

Coeficientes do 2º REQV

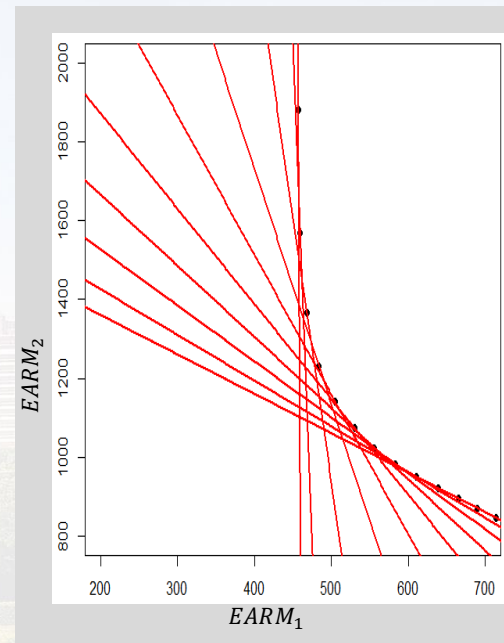
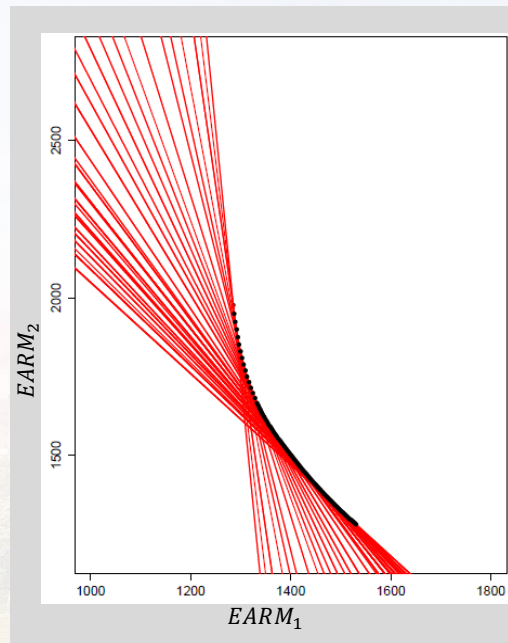


$$\sum_{i=1}^{NREQV} \sum_{\tau=1+t}^{T_{SAR}} \gamma_{\tau(k)}^i \leq \gamma_{\tau(k)}^0$$

## Resultados Numéricos

### CCP-SAR - Integração à PDDE

- Cálculo *à priori*, variando os valores de armazenamento inicial
- A curva tende **ser suavizada se comparada com a SAR** (Superfície de Aversão a Risco)
- A utilização da curva CCP-SAR na PDDE segue o mesmo conceito que a metodologia da SAR



## Conclusões

- **Uma proposta de uso de restrições probabilísticas para o planejamento hidrotérmico resolvido pela PDDE**
  - ✓ Construir uma superfície de aversão a risco probabilística (subproblema CCP-SAR)
  - ✓ Explicitar um critério de atendimento bastante intuitivo para a operação
- **Alternativa menos conservadora do que a SAR**
- **Modelagem das variáveis aleatórias no subproblema CCP-SAR:**
  - ✓ Deve atender ao requisito de convexidade da variável aleatória (distribuição normal na cauda da distribuição?)
- **Consideração de dimensões maiores (realísticas) ainda é um desafio**



## Trabalhos Futuros

- **Aprimoramento da eficiência da implementação**
- **Integrar o subproblema CCP-SAR ao longo da resolução da PDDE**
- **Analisar a concavidade de distribuições que se assemelham com a cauda da distribuição da série histórica**
  - ✓ Deve-se dispor de códigos eficientes na literatura para cálculo do gradiente e probabilidade
- **Comparar os resultados**
  - ✓ Com critérios de aversão a risco mais restritos: SAR
  - ✓ Com o critério de aversão a risco utilizado oficialmente no sistema brasileiro: CVaR
- **Realizar testes de desempenho para dimensões maiores**

## Livia Ferreira Rodrigues

## André Luiz Diniz

---

 (21) 2598-6046

 (21) 98531-0093

 [diniz@cepel.br](mailto:diniz@cepel.br)

 [www.cepel.br](http://www.cepel.br)