GRUPO IX

GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS-GOP

Avaliação do Uso de Restrições Probabilísticas para a Superfície de Aversão a Risco no Problema de Planejamento de Médio Prazo da Operação Hidrotérmica

L.F. RODRIGUES(*)[1,3],A.L. DINIZ[1,2], R.B. PRADA[3]

[1]CEPEL – Centro de Pesquisa de Energia Elétrica [2]UERJ -Universidade do Estado do Rio de Janeiro
[3]PUC-RIO -Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro-Departamento de Engenharia Elétrica

RESUMO

Propõe-se o uso de restrições probabilísticas no problema de planejamento de longo prazo de sistemas hidrotérmicos, resolvido por programação dinâmica dual estocástica (PDDE), para obter uma política operativa considerando o risco de não atendimento à demanda, com distribuição Gaussiana multivariada para as afluências aos reservatórios. Resolve-se iterativamente um subproblema de restrições probabilísticas, referente à operação vários meses à frente, cujas informações da solução são utilizadas para construir um modelo linear por partes para a superfície de aversão a risco probabilística de energia armazenada para os subproblemas da PDDE. Apresentam-se resultados preliminares para um sistema pequeno.

PALAVRAS-CHAVE

Planejamento da operação energética; Aversão ao risco; Restrições Probabilísticas; Decomposição de Benders; Bisseção;

1.0 - INTRODUÇÃO

O problema de planejamento hidrotérmico possui como características (1): ser *estocástico*, pela incerteza sobre as afluências aos reservatórios; ter forte *acoplamento espacial*, pela existência de múltiplos reservatórios em cascata; ser *multi-período*, pela dependência entre decisões presentes e futuras; ser *não linear*, pelo custo de geração térmica e função de produção das usinas hidroelétricas. Por sua complexidade e grande porte, o planejamento se divide em etapas de longo, médio e curto prazos, resultando em uma cadeia de modelos de otimização (2). No longo prazo (3), prioriza-se a modelagem das incertezas, sendo menor o nível de detalhamento na modelagem do sistema físico, usando o conceito de reservatório equivalente de energia (REE) (4) (5). Pelo aumento exponencial do tamanho da árvore de cenários, utiliza-se a programação dinâmica dual estocástica (PDDE) (6) (7) para resolver o problema.

Mais recentemente, o planejamento da operação hidrotérmica tem sido concebido com a finalidade de obter uma política de operação que minimiza uma combinação entre o valor esperado do custo operativo (geração térmica e eventuais cortes de cargas) e a medida de risco CVaR (*conditional value-at-risk*), considerando um dado conjunto de possíveis cenários de afluências futuras aos reservatórios (8). Uma alternativa para considerar aversão ao risco no problema de planejamento da operação é a superfície de aversão ao risco (SAR) (9), considerada como um aperfeiçoamento da curva de aversão a risco (CAR) (10), que foi utilizada pelo ONS até 2013, quando foi substituída pelo CVaR. A SAR considera de forma explícita os intercâmbios de energia entre subsistemas, enquanto a CAR define níveis metas individuais mínimos de armazenamento para cada reservatório equivalente ao longo do ano, com base em determinadas hipóteses de intercâmbio. Alguns aprimoramentos à abordagem original da SAR vêm sendo apresentados, como uma proposta de cálculo *a priori* de suas restrições, assim como uma nova forma de penalização que evita um aumento excessivo no custo marginal de operação (11).

(*)Avenida Horácio Macedo, 354 - Cidade Universitária – RJ - CEP 21941-911 Rio de Janeiro, RJ – Brasil
Tel: (+55 21) 98154-1775– Email: liviaferrodrigues@gmail.com

Neste artigo propõe-se o uso de restrições probabilísticas (12), (13) como alternativa para incluir aversão ao risco no problema de planejamento de longo prazo da geração em sistemas hidrotérmicos, quando resolvido por programação dinâmica dual estocástica (PDDE). A metodologia consiste em uma decomposição de Benders de dois estágios, como na metodologia SAR (11), porém o subproblema da SAR é substituído por um subproblema de restrições probabilísticas, denominado CCP-SAR. Tal subproblema é resolvido aproximando-se a região viável da restrição probabilística por planos cortantes (14), construídos pela técnica de bisseção e calculando os gradientes das restrições com o código de Genz (15). Resolvendo o subproblema CCP-SAR de cada período para um espectro de valores de armazenamento inicial, constrói-s "a priori" uma aproximação linear por partes da superfície de aversão a risco probabilística, que pode ser adicionada ao problema de LTHTP, resolvido por PDDE.

A maior contribuição do trabalho é prover uma política operativa que considera explicitamente o risco de não atendimento à demanda, vários meses à frente, com uma distribuição Gaussiana multivariada para as energias naturais afluentes aos reservatórios equivalentes de energia. Esta estratégia é menos restritiva em comparação com a CAR ou a SAR, pois ao invés de proteger o sistema para determinado cenário discreto, muito severo, busca-se controlar o risco de déficit a um determinado nível de probabilidade.

2.0 - PROBLEMA DE PLANEJAMENTO HIDROTÉRMICO

A formulação do problema planejamento da operação longo prazo (LTHTP, do termo em inglês “long Term Hydrothermal Planning”), em sua versão neutra ao risco, utilizada no Brasil até agosto de 2013, é representada de forma recursiva na equação (2.1)-(2.6), vide (16).

Para $t = 1$:

$$Z^* = \mathbb{E}_{\xi_1}[FCF_1(x_0, \xi_1)] \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$g_1(x_1) = b_1(x_0, \xi_{-1,-2,\dots,-p}) \quad (2.3)$$

$$x_1 \in X \quad (2.5)$$

onde $FCF_1(x_0, \xi_1) =$

$$\min_{x_1} c_1 x_1 + \left(\frac{1}{1+\beta_{tx}}\right) \mathbb{E}_{\xi_2|\xi_1}[(FCF_2(x_1, \xi_2)]$$

Para $t = 2, \dots, NPER$

$$Z^* = \mathbb{E}_{\xi_t}[FCF_t(x_{t-1}, \xi_t)] \quad (2.2)$$

Sujeito a:

$$g_t(x_t) = b_t(x_{t-1}, \xi_{t-j,j=1,\dots,p}) \quad (2.4)$$

$$x_t \in X \quad (2.6)$$

onde $FCF_t(x_{t-1}, \xi_t) = \min_{x_t} c_t x_t +$

$$\left(\frac{1}{1+\beta_{tx}}\right) \mathbb{E}_{\xi_t|\xi_{t-j,j=1,\dots,p}}[(FCF_{t+1}(x_t, \xi_{t+1})]$$

O vetor de decisão x_t consiste nas gerações hidroelétricas (GHID), térmicas (GTER) e intercâmbio de energia (INT) entre áreas, resultando como variáveis de estado nas energias armazenadas (EARM) nos REEs ao final de cada período. A função objetivo (2.1), (2.2) consiste em minimizar o valor esperado da soma do custo quadrático de geração térmica (aproximado por um modelo linear por partes dinâmico (17)) e do custo de déficit, sujeito a restrições como o atendimento à demanda e balanço hídrico (2.3), (2.4), além de limites operativos para as variáveis de decisão (2.5), (2.6). Para resolver o problema, utiliza-se a estratégia da PDDE (6), (7), que é baseada na decomposição de Benders multi-estágio (18).

3.0 - LTHTP COM RESTRIÇÕES PROBABILÍSTICAS – SUBPROBLEMA CCP-SAR

O subproblema CCP-SAR consiste na aplicação de restrições probabilísticas (CCP) ao subproblema SAR (vide (11)), que é resolvido para cada período, série *forward* e cenário *backward* da PDDE, a partir dos armazenamentos finais nos reservatórios obtidos ao resolver o subproblema hidrotérmico (LTHTP). A FIGURA 1 ilustra a relação entre os subproblemas LTHTP e o subproblema CCP-SAR.

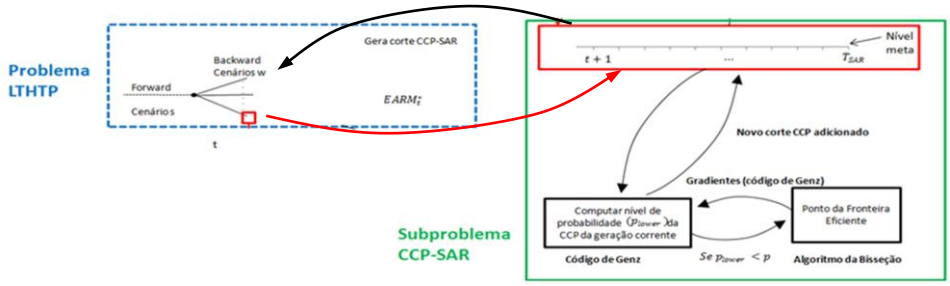


FIGURA 1–Processo iterativo entre subproblemas CCP-SAR e LTHTP, resolvido por PDDE.

O objetivo do subproblema CCP-SAR é derivar as condições necessárias para energia armazenada inicial no sistema, de forma a atender à demanda sem déficits ($\beta = 0$ em (3.2)), violando no máximo a um nível máximo de probabilidade p as restrições físicas e operativas dos reservatórios. A principal diferença entre este subproblema e o subproblema SAR de (9), (11) é que, ao invés de estabelecer um cenário crítico, o

subproblema CCP-SAR considera a distribuição de probabilidades das energias afluentes, modeladas como uma variável aleatória multivariada contínua.

3.1 Formulação Do Subproblema Ccp-Sar

Escrevendo a energia armazenada do reservatório ao final de cada período t da PDDE como a soma da energia armazenada inicial e das afluências subtraídas da geração hídrica em todos os períodos anteriores ou iguais a t, obtêm-se a restrição probabilística conjunta (3.1), onde T_{SAR} é o número de períodos do subproblema CCP-SAR, e p é a probabilidade desejada para o atendimento às restrições.

$$\mathbb{P}\left[EARM_0^i + \sum_{k=\tau}^{T_{SAR}} \xi_k^i - \sum_{k=\tau}^{T_{SAR}} GHID_\tau^i \geq META^i, \quad i = 1, \dots NREQV, \tau = t+1, \dots, T_{SAR}\right] \geq p \tag{3.1}$$

Definindo a variável aleatória $\eta_i^\tau := \sum_{k=\tau}^{T_{SAR}} \xi_k^i$ e variáveis auxiliares $\chi_\tau^i := META^{\,i} - EARM_0^i + \sum_{k=\tau}^{T_{SAR}} GHID_k^i$, para $i = 1, \dots NREQV, \tau = 1, \dots, T_{SAR}$, obtém-se a formulação sucinta abaixo para o subproblema CCP-SAR:

$$\beta(EARM_0) = \min_{Def, EARM, GHID, GTERM, INT} \sum_{\tau=t+1}^{T_{SAR}} \sum_{i=1}^{NSIS} Def_\tau^i \tag{3.2}$$

Sujeito a:

$$GTERM_\tau^i + \sum_{j \in \mathrm{R}_i} GHID_\tau^j + \sum_{j \in \Omega_i} INT_\tau^{i,j} + Def_\tau^i = D_\tau, \quad i = 1, \dots NSIS, \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \tag{3.3}$$

$$\mathbb{P}[\eta_\tau^i \geq \chi_\tau^i \quad , i = 1, \dots NREQV, \tau = t+1, \dots, T_{SAR}] \geq p \tag{3.4}$$

$$Def_\tau, \xi_\tau, GHID_\tau, GTERM_\tau \geq 0 \quad \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \tag{3.5}$$

$$GHID^i{}_\tau \leq \overline{GHID^i}, \quad \underline{EARM^i} \leq EARM_\tau^i \leq \overline{EARM^i}, i = 1, \dots NREQV, \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \tag{3.6}$$

O número de reservatórios equivalente de energia é NREQV, e cada reservatório i tem limites de energia armazenada máxima $\overline{EARM^i}$ e mínima $\underline{EARM^i}$, além de capacidade máxima de geração hidráulica máxima $\overline{\mathrm{GHID}^i}$. O número de subsistemas é *NSIST* e a variável $INT_\tau^{i,j}$ denota o a exportação de energia que o subsistema i exporta para cada subsistema j vizinho, pertencente ao conjunto Ω_i. A afluência para cada reservatório em cada período de tempo é representada por ξ_τ^i e a demanda para cada subsistema por D_τ^i. O déficit em cada subsistema é denominado Def_τ^i. Finalmente, o objetivo é dado pela minimização da soma do déficit, dado o vetor de armazenamento inicial EARM_0^i.

3.2 Modelagem Da Variável Aleatória

Um requisito fundamental para aplicação da PDDE é que a função de custo futuro (FCF) de cada período seja convexa nas variáveis de estado, para que possa ser aproximada inferiormente por planos cortantes. Para tal, considera-se uma distribuição normal multivariada para representação da variável aleatória correspondente às vazões afluentes a todos os REEs em todos os períodos no subproblema CCP-SAR, pois se sabe que isso leva a uma região viável convexa (19), vide FIGURA 2. Entretanto, estudos mostram que é possível utilizar uma distribuição normal truncada, e sugere-se que talvez a distribuição log-normal também leve a uma região viável (20). As correlações entre as variáveis aleatórias, para montar a matriz de correlação da distribuição, são obtidas a partir dos dados históricos de afluência.

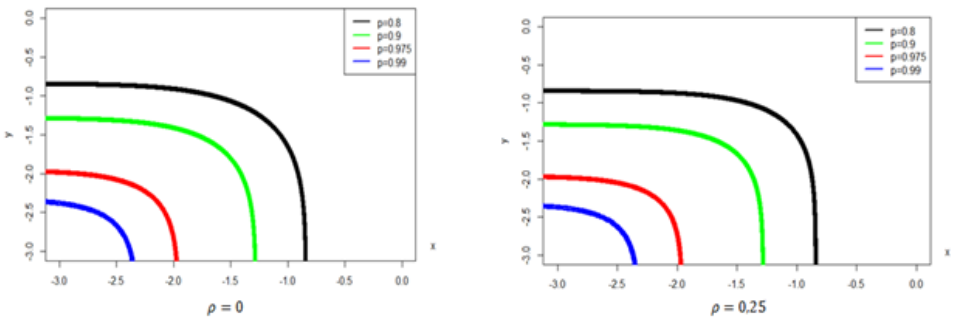


FIGURA 2–Estudo de convexidade da distribuição bivariada normal, variando a probabilidade e correlação.

3.3 Cálculo Da Região Viável E Resolução Do Subproblema Ccp-Sar

A restrição probabilística (3.4) induz uma região viável ao subproblema CCP-SAR, desconhecida a priori. Esta região é definida de forma iterativa, pelos passos seguintes:

Passo 1 - Resolver subproblema CCP-SAR com a aproximação corrente para a restrição probabilística (inicialmente, não há nenhuma restrição).	**Passo 4 –** Aplicar método da Bisseção, realizando interpolações sucessivas até encontrar um ponto na fronteira da região viável da restrição (3.4)
Passo 2 – Com base na solução do subproblema, calcular, pelo código de Genz, a probabilidade p_{calc} para atendimento à restrição (3.4). Se $p_{curr} < (p - \in)$, vá para o passo 3. Se $p_{curr} \geq (p - \in)$, **pare:** considera-se a restrição (3.4) atendida e a solução ótima foi encontrada.	**Passo 5 -** Construir um novo plano cortante para aproximação da restrição (3.4), utilizando o código de Genz com a fórmula recursiva para cálculo da derivada da distribuição de probabilidades Gaussiana. Volte ao passo 2.

3.4 Método De Bisseção

O método da bisseção é aplicado para obter pontos na fronteira da restrição probabilística. Dados p, p_{curr} definidos anteriormente, uma dada tolerância $\in$ para atendimento à restrição probabilística, pontos "de fronteira" x_{low} e x_{up} para realizar a bisseção, e o ponto corrente x_{curr} (associado à p_{curr}), o método da bisseção consiste nos passos seguintes:

Passo 1: Calcule, pelo código de Genz, a probabilidade p_{curr} associada ao ponto x_{curr}: Se $p_{curr} \geq p$, **Fim do algoritmo**. Se $p_{curr} < p$, vá para o passo 2	**Passo 3:** Atualização dos pontos de fronteira: Se $p_{curr} < p$: $x_{low} = x_{curr}$; Se $p_{curr} > p$: $x_{up} = x_{curr}$;
Passo 2: Se $\lvert p_{curr} - p \rvert \geq \epsilon$**, Fim do algoritmo.** Caso contrário, vá para o passo 3	**Passo 4:** Atualização do ponto corrente: $x_{curr} = \frac{x_{low}+x_{up}}{2}$ e Volte ao passo 1

3.5 Cálculo das Probabilidades e derivadas pelo Código de Genz

Utiliza-se o código de Genz (15), segundo o algoritmo recursivo apresentado em (19), para calcular o gradiente de restrições probabilísticas de variáveis aleatórias Gaussianas. Seja $\xi \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$, define-se:

$$\phi_\xi(z) = \mathbb{P}(-\xi \leq -z) \quad \forall z \in \mathbb{R}^n, \tag{3.7}$$

e o cálculo do gradiente será dado por:

$$\frac{\partial \phi_\xi}{\partial z_i}(z) = -f_{\xi_i}(z_i)\, \phi_{\check{\xi}(z_i)}(z_1, \dots, z_{i-1}, z_{i+1}, \dots, z_s) \quad (i = 1, \dots, n). \tag{3.8}$$

onde f_{ξ_i} é a função densidade de probabilidade da componente ξ_i, $\check{\xi}(z_i)$ é uma variável aleatória $(n-1)$ dimensional com distribuição normal, obtida a partir de ξ por: $\check{\xi}(z_i) \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}, \hat{\Sigma})$, $\hat{\mu} = \mu + \sigma_{ii}^{-1}(z_i - \mu_i) \cdot \sigma_i$, excluindo a componente i, e $\hat{\Sigma} = \Sigma - \sigma_{ii}^{-1}\sigma_i\sigma_i^T$ excluindo a linha i e coluna i da matriz de covariância Σ. Para detalhes, consulte (19).

4.0 - CONSTRUÇÃO DA REGIÃO VIÁVEL DOS SUBPROBLEMAS LTHTP: INTEGRAÇÃO À PDDE

O objetivo principal deste trabalho é a construção da região viável de cada subproblema LTHTP, em relação ao subproblema de restrições probabilísticas CCP-SAR. Ou seja, deseja-se obter a região de valores de EARM finais do subproblema LTHTP (que são os armazenamentos iniciais do subproblema CCP-SAR correspondente) que fazem com que a função objetivo desse segundo subproblema seja nula. Isto é feito a partir de uma discretização para os valores de EARM onde, para cada ponto discretizado, aplica-se o método de bisseção para encontrar um ponto de EARM que esteja na fronteira da região viável do subproblema LTHTP. Uma vez encontrado esse ponto, constrói-se um novo corte (restrição CCP-SAR) para a aproximação linear por partes da região viável do subproblema LTHTP, em relação a EARM. O procedimento é composto dos seguintes passos:

Passo 1. Resolver o problema CCP-SAR, para EARM inicial de todos os reservatórios equivalentes igual a 0. Supõe-se que, neste caso, $\beta > 0$.	**Passo 4.** Construir um novo corte de viabilidade para a aproximação linear por partes do subproblema CCP-SAR "*a priori*".
Passo 2. Resolver o problema CCP-SAR para a discretização corrente do nível de armazenamento inicial dos reservatórios equivalentes. Se $\beta > 0$. volte para o próximo ponto discretizado no passo 2, caso contrário vá para o Passo 3.	**Passo 5.** Se todas as combinações de discretizações foram realizadas, fim de algoritmo. Se não, voltar para o posso ponto discretizado no passo 2.

Passo 3. Aplicar o método da bisseção (seção 3.4) até encontrar um ponto na fronteira da região viável de EARM ($\beta \approx 0$).	

Ao fim do processo, obtém-se um conjunto de restrições SAR de modo que o subproblema LTHTP leve a armazenamentos tais que não ocorra déficit no subproblema CCP-SAR com uma probabilidade igual ou superior ao valor p especificado como dado de entrada. A construção é feita, portanto, *a priori*, ou seja, antes de resolver o problema geral por PDDE.

4.1 Discretização Da Energia Armazenada

A discretização é realizada pela combinação de $(NREQV - 1)$ armazenamentos, pois o armazenamento de um reservatório equivalente é fixado no valor máximo, enquanto os demais variam entre a energia armazenada máxima e mínima. O número total de discretizações (ndisc) e o passo entre as energias armazenadas discretizadas (Δ) são dados de entrada. Para diminuir o esforço computacional, é estabelecido um número de discretizações $(liminf)$ onde os passos são maiores do que as demais discretizações $(ndisc - liminf)$. A FIGURA 3, à esquerda, ilustra a forma de realizar a discretização para dois reservatórios equivalentes.

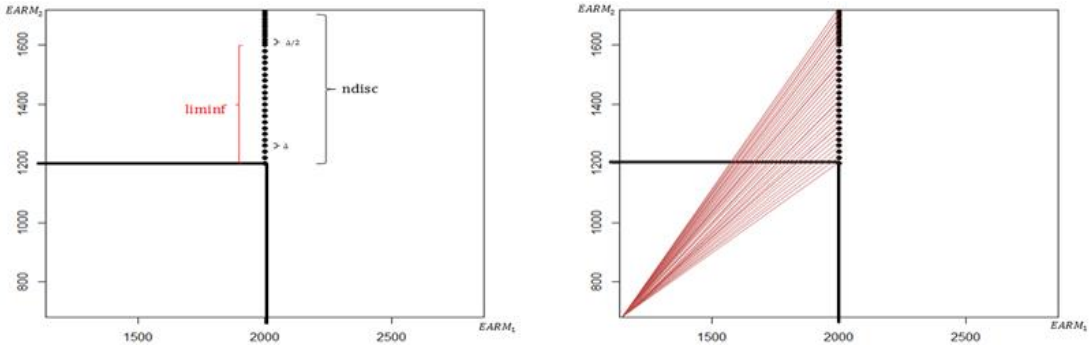


FIGURA 3– Discretização dos valores de Energia Armazenada para obtenção da superfície CCP-SAR *a priori* (esquerda) e distância entre cada ponto de discretização dos armazenados e a origem (direita).

4.2 Método De Bisseção Para Obter Um Ponto Na Fronteira Da Região Viável

Para obter um ponto na fronteira da região viável do subproblema LTHTP em relação ao subproblema CCP-SAR, utiliza-se o ponto inicial EARM=0, que em princípio resulta em $\beta > 0$. Desta forma, o processo iterativo de bisseção é aplicado para encontrar um ponto na fronteira que atenda à tolerância do método e retorne um valor $\beta \approx 0$, porém positivo, para que seja possível calcular os multiplicadores de Lagrange. Em cada ponto da bisseção, aplica-se o procedimento descrito na seção 3.4 para identificar se a função objetivo do subproblema CCP-SAR é nula ou não. O processo iterativo do método da bisseção está representado na FIGURA 4 (direita), por pontos azuis, e o ponto vermelho encontrado nesse método é o que atende todos os requisitos para construção do corte, representado pela linha vermelha.

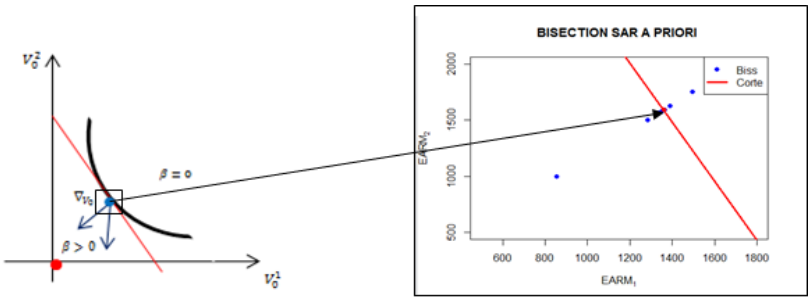


FIGURA 4–Região viável CCP-SAR *a priori* (esquerda) *e* Pontos da bisseção e corte (direita).

4.3 Construção Do Modelo Linear Por Partes Para O Ccp-Sar *A Priori*

Ao realizar o método de bisseção descrito na seção anterior para todos os pontos ao lado direito da Figura 4, obtêm-se uma série de pontos para a fronteira da região viável do subproblema LTHTP. Para cada ponto, ilustra-se, no lado esquerdo dessa figura, o hiperplano tangente para a construção do corte, que será do tipo $\langle \frac{\partial \beta}{\partial \mathrm{EARM}_0}(\widehat{\mathrm{EARM}}_0), \mathrm{EARM}_0 - \widehat{\mathrm{EARM}}_0 \rangle \leq 0$, onde o primeiro termo do produto escalar é obtido a partir dos multiplicadores de Lagrange do subproblema CCP-SAR para todas as restrições que envolvem $\widehat{\mathrm{EARM}}_0$, que é o ponto final encontrado após aplicação do método da bisseção. O conjunto de todas as aproximações

levam à obtenção de uma aproximação linear por partes para a região viável do subproblema LTHTP em relação ao subproblema CCP-SAR.

5.0 - RESULTADOS NUMÉRICOS

Para validação do processo de cálculo do gradiente e verificação das restrições criadas com o uso do código de Genz, apresenta-se um caso com 4 dimensões, sendo 2 períodos e 2 reservatórios. O primeiro caso em estudo é de dimensão menor, com $\mathrm{nper} = 1$ e $\mathrm{nreqv} = 2$, que exemplificarão a construção do corte no processo de resolução do problema de otimização com restrições probabilísticas. Avalia-se também a estratégia para dimensões um pouco maiores ($\mathrm{nper} = 5$ e $\mathrm{nreqv} = 2$). Os testes foram executados em um computador Pentium Intel Quad Core de 2.83 GHz e 4 GB de memória RAM, e os problemas de programação linear foram resolvidos através do pacote OSL (21).

Para a modelagem da variável aleatória, utilizou-se o histórico das energias naturais afluentes (de 1931 até 2014) para os reservatórios equivalentes SE e NE do Sistema Interligado Nacional (SIN), utilizado para o programa mensal da operação (PMO) de Janeiro/2016. A partir dos valores mensais ao longo do horizonte do subproblema da SAR, calcula-se a variável soma de afluências, $\eta_t^i = \sum_{\tau=1}^{t} \xi_\tau^i$, para cada período t nessa janela de tempo[1]. Em seguida, calcula-se a média, variância e matriz de correlação das variáveis η_t^i que entram na formulação do problema (vide eq (3.4)).

5.1 Validação Do Uso Do Código De Genz- Cálculo Do Gradiente E Restrições

Comparam-se, inicialmente, os resultados obtidos na utilização das diferenças finitas e a fórmula recursiva aplicando o código de Genz. O objetivo é verificar a correção na obtenção das probabilidades e gradientes associados à restrição probabilística. A verificação do cálculo do gradiente ocorrerá através da comparação entre as restrições criadas dos coeficientes dos cortes obtidos para aproximação da região viável da restrição probabilísticas. Como métrica de comparação, será utilizado o conceito de erro médio absoluto percentual (MAPE), definido na expressão (5.1) a seguir:

$$\mathrm{MAPE} = \frac{\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{ncut}} \frac{|\mathrm{Y_{dif}} - \mathrm{Y_{gcd}}|}{\mathrm{Y_{gcd}}} \times 100}{\mathrm{ncut}} \tag{5.1}$$

onde $ncut$ é total de cortes gerados no processo iterativo até convergência da probabilidade, Y_{dif} é o valor encontrado utilizando diferenças finitas, e $\mathrm{Y_{gcd}}$ é o valor encontrado utilizando o código de Genz.

Consideram-se dois casos, $\mathrm{nper} = 1$, $\mathrm{Nreqv} = 2$ e $\mathrm{nper} = 2$ $\mathrm{nreqv} = 2$, o segundo caso objetiva abordar a importância de avaliar casos correlacionados, já que gera impactos na construção da fórmula recursiva de obtenção do gradiente. Os resultados comparativos são mostrados na Tabela 1, onde algumas diferenças, notadamente no caso com correlações cruzadas, indicam a importância de se aplicar o código de Genz, ao invés do método de diferenças finitas.

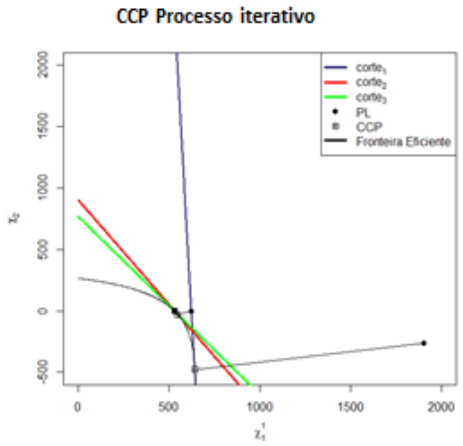
Tabela 1– Comparação entre os cortes obtidos pelo método recursivo de Genz e por diferenças finitas (RHS: termo independente; CF: coeficientes de armazenamento, iper: índice do período).

Estudo de Caso	Iteração	Ponto Diferenças Finitas	Ponto Código de Genz	MAPE RHS	MAPE $CF_{iper,1}$	MAPE $CF_{iper,2}$
nper=1	1	(1900,-260)	(1900,-260)	0.06%	0.06%	0,14%
nreqv=2	2	(623.47,0)	(623.4861, 0)	0.06%	0.07%	0,10%
nper=2	1	(1900,3900,260,740)	(1900,3900,260,740)	2,95%	10,92% 2,91%	40,55% 3,89%
nreqv=2	2	(-100,1404.12,0,1000)	(-100,1417.21,0,1000)	1,02%	9,79% 3,57%	18,65% 1,43%

5.2 Resolução Do Subproblema CCP-SAR

Para a resolução do subproblema CCP-SAR, o dado de entrada é a energia armazenada inicial dos reservatórios equivalentes e desta forma é verificado se esta irá satisfazer a probabilidade predeterminada para atendimento às restrições. A FIGURA 5ilustra o processo de resolução do problema do caso 1: os cortes são representados pelas linhas coloridas; os pontos encontrados na resolução do problema de programação linear são mostrados como círculo preenchido em preto; os pontos encontrados no método da bisseção estão representados pelo quadrado; e a fronteira eficiente como uma função não linear côncava como a representação de uma linha preta.

[1] Por exemplo, se o subproblema da SAR envolver os meses de Julho, a novembro, teremos $T_{SAR} = 5$ e as variáveis η_i^t envolverão a soma das energias afluentes deste t =1 (Julho) até cada período $t = \tau$, em cada ano do histórico.



Convergência CCP

ICUT	PROB	1 X()	1 2 X()
1	45.35	1900.0000	-260.0000
2	88.39	623.4861	0.0000
3	89.97	531.2253	0.0000
0	90.00	529.7843	0.0000

Cortes CCP

	IPER IEQV	1 1 COEF	1 2 COEF
0.12059357	>=	0.00019342	0.00000737
0.08769419	>=	0.00016508	0.00009700
0.08481327	>=	0.00016009	0.00011027

FIGURA 5–Processo iterativo e cortes para a aproximação da região viável do subproblema CCP - caso 1

À direita da mesma figura, mostra-se o processo de convergência para resolução do subproblema CCP-SAR estático: a quantidade de iterações geradas até que a probabilidade a restrição probabilística convirja ao nível de probabilidade desejada, e os cortes gerados ao longo do processo.

5.3 Resultados Da Construção Da Sar A Priori

A integração proposta neste trabalho da resolução do subproblema CCP-SAR com a estratégia de PDDE é através do cálculo *a priori* da região viável para o subproblema LTHTP, em relação ao subproblema CCP-SAR. Assim, dado como entrada a demanda, as energias armazenadas iniciais serão discretizados para que cortes gerem uma aproximação linear por partes da região viável de armazenamentos iniciais para o subproblema CCP-SAR.

5.3.1 CASO 4: $\boldsymbol{NPER = 5\ NREQV = 2}$ – com correlação espaço-temporal

A tabela apresentada a esquerda da Figura 6 mostra as iterações do processo de bisseção para os valores de EARM inicial, que foram necessárias para obter um corte para a construção da região viável do subproblema LTHTP (em relação ao subproblema CCP-SAR), para determinado valor discretizado de EARM, conforme descrito na seção 4.1. As colunas indicam o índice do corte (ICUT), o valor da função objetivo (BETA), os pontos de energia armazenada inicial de cada reservatório equivalente (EARMI) e em sequência (gráfico no centro da figura) o corte gerado composto pelo lado direito e os coeficientes para cada componente. A superfície "completa" de aversão a risco CCP-SAR obtida é ilustrada na porção mais á direita da FIGURA 6, na qual os cortes estão representados em vermelho e foram gerados pelos pontos em preto, delimitam a região viável do problema CCP-SAR *a priori*. Desta forma é possível observar claramente a aproximação linear por partes da região viável convexa para o problema LTHTP.

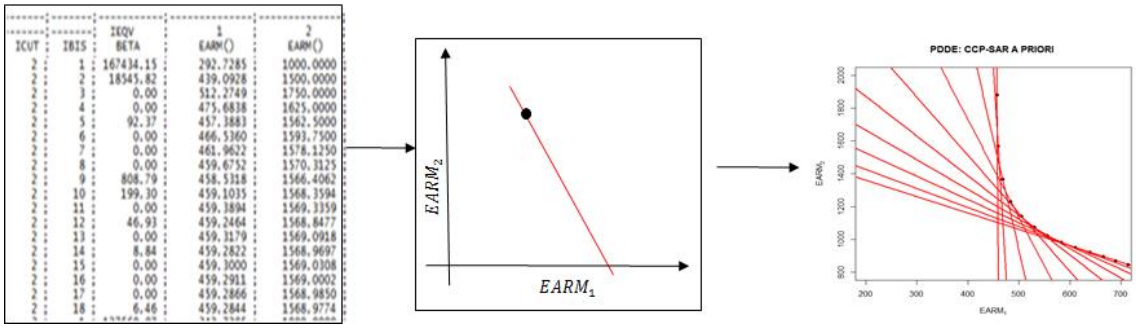


FIGURA 6–- Processo Iterativo da bisseção para construção dos cortes da superfície CCP-SAR e Gráfico da superfície de aversão a risco CCP-SAR, construída *a priori*.

6.0 - CONCLUSÕES

Propõe-se uma abordagem alternativa para consideração da aversão a risco como critério de segurança para o planejamento hidrotérmico resolvido por programação dinâmica dual estocástica (PDDE). Esta abordagem utiliza restrições probabilísticas para construir uma superfície de aversão a risco, a partir de um subproblema de segundo nível denominado CCP-SAR. Este subproblema possui características semelhantes ao subproblema da metodologia tradicional da Superfície de aversão ao risco (SAR), porém as variáveis aleatórias são representadas por meio de uma distribuição contínua e multivariada, envolvendo

todos os períodos de tempo e reservatórios equivalentes. A variável aleatória foi representada pela distribuição Gaussiana multivariada, e utiliza-se o método de Genz para obter os valores de probabilidade e os gradientes para a restrição probabilística, por uma forma recursiva proposta na literatura. Propõe-se construir *a priori* a superfície de aversão a risco induzida pelos subproblemas de restrições probabilísticas, a partir de um método de bisseção para obtenção de pontos na fronteira da região viável, considerando uma dada discretização para os armazenamentos iniciais no subproblema CCP-SAR. Uma vez obtidos os pontos na fronteira, uma aproximação linear por partes da região é obtida aplicando-se um método de planos cortantes.

Analisou-se inicialmente a acurácia e eficiência do código de Genz, A aplicação desse método exige um maior esforço computacional e questões de alocação da memória, porém o resultado é mais acurado do que a aplicação do método de diferenças finitas, à medida que se aumentam as dimensões do problema e se introduzem correlações entre as componentes da variável aleatória. Os resultados para instâncias pequenas do sistema interligado nacional, modelado a reservatórios equivalentes, mostrou que o método é promissor, visto que foram obtidas as superfícies de aversão a risco probabilísticas para o caso bidimensional, que podem ser introduzidas normalmente como restrições ao problema de planejamento da operação, resolvido por PDDE. Entretanto, para problemas com um número maior de reservatórios, possivelmente a resolução do problema como um todo deverá ser feita por um processo iterativo entre resolução dos subproblemas de LTHTP e os subproblemas CCP-SAR, como apresentado já na literatura para as restrições de SAR. Finalmente, a maior contribuição do trabalho é fornecer uma metodologia menos conservadora do que a superfície de aversão a risco (SAR), já que, ao invés de se proteger para um único cenário, muito crítico, considera-se explicitamente o risco de não suprimento na PDDE, vários meses à frente, para uma determinada probabilidade, considerando a distribuição de probabilidades para as afluências às usinas hidroelétricas.

7.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

(1) FORTUNATO, L. A. M.; NETO; ALBUQUERQUE; PEREIRA, M.V.F, Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica, Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990

(2) MACEIRA, M. E. P, TERRY, L. A; DAMAZIO, J. M; MELO, A. C. G; “Chain of Optimization Models for Setting the Energy Dispatch and Spot Price in the Brazilian System”, PSCC-Power System Comp. Conference, 2002.

(3) MACEIRA, M.E.P., DUARTE, V.S., PENNA, D.D.J., MORAES, L.A.M., MELO, A.C.G., “Ten years of application of stochastic dual dynamic Programming in official and agent studies in Brazil –Description of the NEWAVE program”, *16th Power Systems Computation Conference - PSCC*, Glasgow, SCO, July 2008.

(4) ARVANTIDIS, N. V; ROSING J. Composite Representation of Multireservoir Hydroelectric Power System. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 89, n. 2, pp. 319-326, Feb. 1970

(5) MACEIRA M. E. P. DUARTE, V. S ; PENNA, D. D. J.; TCHEO, M. P. An Approach to Consider Hydraulic Coupled Systems in the Construction of Equivalent Reservoir Model in Hydrothermal Operation Planning. PSCC: Power System Computation Conference. Stockholm, Sweden 2011.

(6) PEREIRA, M.V. and PINTO, L.M..Multi-Stage Stochastic Optimization Applied to energy Planning. In:Mathematical Programming, vol. 52, no. 1-3, pp. 359-375, 1991.

(7) MACEIRA, M. E. P. Programação Dinâmica Dual Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos com Representação do Processo Estocástico de Afluencias por Modelos Auto-Regressivos Periódicos. Nota Técnica-CEPEL, Rio de Janeiro,1993.

(8) MACEIRA, M.E.P., MARZANO, L.G.B., PENNA, D.D.J., DINIZ, A.L., JUSTINO, T.C., "Application of CVaR risk aversion approach in the expansion and operation planning and for setting the spot price in the Brazilian hydrothermal interconnected system", *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, v.72, pp. 126-135. Nov. 2015.

(9) PSR, "Possíveis Aperfeiçoamentos da Curva de Aversão a Risco", apresentação no ONS em 19 de março de 2008. Rio de Janeiro, 2008.

(10) ONS, "Curvas Quinquenais de aversão ao Risco para o Sistema Interligado Nacional -CAR5 2013/2017". Nota Técnica, Rio de Janeiro, 2013

(11) VASCONCELLOS, C. L. "Aprimoramentos na Metodologia de Superfície de Aversão ao Risco (SAR) para o Problema de Planejamento de Médio/Longo Prazo da Operação de Sistemas Hidrotérmicos". Dissertação de mestrado, Engenharia Elétrica Universidade Federal do Rio de Janeiro COPPE, Rio de Janeiro, 2016.

(12) CHARNES, A.; COOPER W. W., “Chance-Constrained Programming”, Manag. Science, v.6, n.1, pp. 73-79, 1959.

(13) HENRION, R. "Introduction to Chance-Constrained Programming", Tutorial,.http://www.stoprog.org, mai. 2016.

(14) SZANTAI, T.,"A Computer Code for Solution of Probabilistic Constrained Stochastic Programming Problems.(In: Numerical Techniques for Stochastic Optimization)",Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, v.458, pp. 0229-0235,1988

(15) GENZ, A.; BRETZ, F. Methods for the Computation of Multivariate t-probabilities. Journal of Computational and Graphical Statistics, vol.11, n 4, 2002

(16) DINIZ, A.L.; MACEIRA; VASCONCELLOS C. L.V.; PENNA, D. D. J. A two-level SDDP Solving Strategy with Risk-Averse multivariate reservoir Storage Levels for Long Term power Generation Planning, Optim. Online, 2015.

(17) ENNES, M. I.; DINIZ, A. L. An Efficient Equivalent Thermal Cost Function Model for Nonlinear Mid Term Hydrothermal Generation Planning. Int. J. of Electrical Power and Energy Systems, vol. 63, pp. 705-712, 2014.

(18) BIRGE, J.R., “Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear programs”, *Operations Research*, v.33, n.5, pp. 989-1007, 1985.

(19) PRÉKOPA, A . Stochastic Programming. Kluwer, Dordrecht, 1 ed., 1995.

(20) DINIZ, A.L; HENRION, R. On probabilistic constraints with multivariate truncated Gaussian and lognormal distributions, Energy Systens, v. 8, pp 149-167, 2017.

(21) IBM. Optimization Subrotine Library (OSL). Guide and Reference, 1993.

8.0 - DADOS BIOGRÁFICOS

Livia Ferreira Rodrigues, nascida em 16/01/1991 no Rio de Janeiro, possui graduação em Estatística (2013) pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro, mestrado em Engenharia Elétrica (2016) área de métodos de apoio a decisão pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Durante o último ano do mestrado foi bolsista do Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente (DEA) do CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS. Este artigo é proveniente da dissertação de mestrado realizado em parceria entre o Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-RIO e o CEPEL.

André Luiz Diniz possui graduação em Engenharia Civil (1997), mestrado em Engenharia de Transportes (2000) e doutorado em Otimização pelo Programa de Engenharia de Sistemas e Computação (2007), todos pela UFRJ / COPPE. Em 2014 realizou um pós-doutorado no Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics. É pesquisador e chefe do Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente (DEA) do CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS, e professor adjunto da UERJ - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, no departamento de Estatística. Tem grande experiência na área de programação matemática e otimização, especialmente aplicada em problemas de planejamento e operação de Sistemas de Energia Elétrica.

Ricardo Bernardo Prada possui graduação em Engenharia Elétrica (1975) e mestrado em Engenharia de Elétrica (1977) pela PUC-RIO. Doutorado (1980) e pós-doutorado (1989) em Engenharia Elétrica no Imperial Collage -University of London. Atualmente é professor associado do DEE-Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-RIO e atua na área de sistemas elétricos de potência. Realiza pesquisa nas áreas de estabilidade de tensão e serviços ancilares à operação. Desde 2003 é coordenador do programa de pós-graduação em engenharia elétrica da PUC-RIO.